A01

66

Ringraziamenti particolari vanno ai professori V. Michele Abrusci, Marco Fontana, Mario Girardi, Francesco Pappalardi.

Ringraziamo inoltre Paola Cecchetti, Gianfranco Iannotti, Marialuisa e Pantaleo Magrone, Giulio Mecocci, Stefania Pecere; Valentina Ariete, Franca Momoni, Carlo Borriello, Francesco Panizzoli, Luigi Zangrilli, Alessandro Petragnani, Maria Angelica Foggia, Salvatore Di Stefano, Ria Lussi, Sansone.

Pasquale Borriello / Paola Magrone

Argomenti di Matematica per Filosofia

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

via Raffaele Garofalo, 133 A/B
00173 Roma
(06) 93781065

ISBN 88–7999–619–8

I edizione: dicembre 2003
II edizione: ottobre 2005

Prefazione

> *La Matematica possiede una luce ed*
> *una sapienza proprie, e ricompensa*
> *largamente ogni essere intelligente*
> *che arriva a cogliere un raggio*
> *di ciò che essa è in sé.*

Eric Temple Bell

Come è ormai largamente noto e condiviso, poche scienze come la matematica possiedono in sé l'ambivalenza di risultare ostiche e respingenti per i non addetti ai lavori e, al tempo stesso, assolutamente necessarie e vitali per larga parte del nostro quotidiano. Dagli oggetti che ci circondano, al mondo vegetale e animale, alle leggi che regolano la convivenza dell'uomo con i propri simili e con le macchine, non esiste praticamente alcun ambito del vivere umano che non sia regolato e descrivibile da formule matematiche.

Questo testo si rivolge proprio agli attori inconsapevoli di tale meccanismo, quei lettori che, per le ragioni piú diverse, possano avere modo di avvicinarsi ad un mondo sconosciuto per scoprirne - ricavandone anche inaspettate e piacevoli sorprese - le principali caratteristiche, le applicazioni pratiche e alcune delle innumerevoli utilità.

Da un lato, vorremmo risvegliare l'interesse degli studenti di filosofia (e non solo) per l'aspetto matematico e formale di concetti fondamentali: la costruzione degli insiemi di numeri a partire dai naturali, la definizione di numero reale, la nozione di limite , il concetto di continuità e quello di derivabilità di una funzione.

Dall'altro, vorremmo opportunamente insistere sull'importanza di nozioni elementari di algebra e analisi matematica dal punto di vista filosofico. Avere un'idea di quelli che sono gli argomenti di base con cui un matematico si confronta (almeno nei primi anni di studio) è essenziale per chi si occupa dei problemi connessi alla conoscenza e alla ragione umana. All'inizio potrà non sembrare chiara l'utilità dello sforzo che comporta l'affrontare gli argomenti trattati, anche a causa dell'atteggiamento largamente diffuso in Italia nei confronti delle discipline scientifiche, ma se il lettore avrà la voglia e la pazienza di seguirci fino alla fine del libro, non potrà che trarre giovamento da un'esperienza intellettuale che ogni *amante della conoscenza* meriterebbe.

La prima parte del testo è di piú agevole lettura e sarà facile per tutti, o quasi, trovare qualche stimolo negli argomenti ivi trattati. La seconda parte è piú tecnica e per questo riserverà grandi soddisfazioni a chi riuscirà almeno un poco a padroneggiare i concetti che verranno di volta in volta presentati. Crediamo che la soluzione del paradosso di Achille e la Tartaruga, nel linguaggio della matematica moderna, meriti un minimo di attenzione anche da parte dello studente meno interessato.

Abbiamo cercato, senza pretese di completezza né di perfezione, di fornire un approccio alla matematica "piú seria" a chi non abbia mai avuto modo di apprezzarla, e nel contempo proporre un nuovo modo di rapportarsi con essa a chi si è già avvicinato alla *scienza che fu di grandi filosofi*, da Pitagora a Popper, dai grandi Pascal, Leibniz, Cartesio fino a Frege e Russell.

Il merito di quanto il lettore ricaverà va al Prof. Mario Girardi, ordinario di Istituzioni di Analisi Superiore presso l'Università degli Studi Roma Tre, dalle cui lezioni tenute durante il corso di Istituzioni di Matematiche per il Corso di Laurea in Filosofia è scaturito il contenuto di questo libro: a lui va il nostro piú caro ringraziamento per l'esempio e lo stimolo costanti.

Augurandoci che la lettura sia piacevole quanto per noi è stata la reciproca collaborazione in questi mesi, siamo certi che questa esperienza significherà, per molti, un'utile e affascinate scoperta.

Considerando che questa è la nostra prima esperienza come autori di un libro scientifico, certi che il testo non sia esente da imprecisioni di vario genere, saremo grati ai lettori che vorrano segnalarcele e ogni utile commento sarà il benvenuto.

Il metodo migliore per contattarci è la posta elettronica.

Pasquale Borriello - pasquale.borriello@gmail.com

Paola Magrone - magrone@mat.uniroma3.it

Indice

Elenco delle figure

Indice dei simboli

$a = b$	a è uguale a b.
$a \neq b$	a è diverso da b.
$a \in b$	a appartiene a (è elemento di) b.
$a \notin b$	a non appartiene a b.
$A \subseteq S$	A è contenuto in (è sottoinsieme) S.
$S \supseteq A$	S contiene A.
$A \subset S$	A è sottoinsieme di S e $A \neq S$.
$S \supset A$	S contiene A e $S \neq A$.
$A \cup B$	Unione di insiemi.
$A \cap B$	Intersezione di insiemi.
$f \circ g$	Composizione (di funzioni).
$\mathbb{N}$	Numeri naturali.
$\mathbb{Z}$	Numeri interi.
$\mathbb{Q}$	Numeri razionali.
$\mathbb{R}$	Numeri reali.

$\wedge$	Congiunzione logica.
$\vee$	Disgiunzione logica.
$\neg$	Negazione logica.
$\Rightarrow$	Implicazione: ‘se... allora’.
$\Leftrightarrow$	Doppia implicazione: ‘se e soltanto se’.
$\forall$	Quantificatore universale: ‘per ogni’.
$\exists$	Quantificatore esistenziale: ‘per qualche’.
$:=$	Per definizione.
$\mid$	Tale che, anche :.