

$$\frac{A_08}{455}$$

Paolo Jossa

**Tecniche di previsione
ed analisi dimensionale
nella Fisica classica
e nella Meccanica strutturale**



Copyright © MMXIII
ARACNE editrice S.r.l.

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

via Raffaele Garofalo, 133/A-B
00173 Roma
(06) 93781065

ISBN 978-88-548-5922-7

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

II edizione rivista e aggiornata:
gennaio 2014

In ricordo di mio padre Franco Jossa

Indice

<i>Premessa</i>	13
-----------------------	----

Capitolo I

Previsioni e sviluppi a sostegno di definizioni e di teoremi della teoria dei campi scalari e vettoriali

1.1	Definizioni	37
1.2	Il gradiente	37
1.3	Il flusso di un campo vettoriale, l'integrale di linea e la circuitazione di un vettore.....	40
1.4	La descrizione di un campo vettoriale. La divergenza ed il rotore.....	43
1.5	Il teorema del gradiente	48
1.6	Il teorema di Green nel piano	49
1.7	Il teorema di Stokes	50
1.8	Il teorema della divergenza.....	51
1.9	Conclusione	51

Capitolo II

Il ruolo della previsione nello studio di alcuni argomenti di base della Fisica classica

2.1	La notazione indiciale.....	53
2.2	L'ottica geometrica. Riflessione e rifrazione.....	54
2.3	Urto elastico fra due masse.....	60
2.4	Il flusso di calore per conduzione	67
2.5	Equazioni del moto dei fluidi perfetti incompressibili soggetti al peso proprio	77
2.6	Teoria cinetica dei gas perfetti.....	89

2.7	Il secondo principio della termodinamica: macchine termiche e macchine frigorifere	103
2.8	Equilibrio dell'aria	122
2.9	Il suono nell'aria e le onde d'urto. Aspetti qualitativi	133
2.10	Primi elementi di Elettrostatica. Campo elettrico e campo gravitazionale	144
2.11	Magnetostatica e densità di corrente	158
2.12	Le equazioni di Maxwell	166
2.13	Qualche aspetto del moto browniano	172

Capitolo III

Logica e semplificazioni nelle definizioni di certi enti e nelle dimostrazioni di certi teoremi della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni

3.1	Aspetti di analisi della deformazione	181
3.2	Il tensore delle tensioni.....	190
3.3	Esistenza delle tensioni principali	192
3.4	Lavoro elementare delle tensioni	193
3.5	Il principio dei lavori virtuali. Condizione necessaria.	193
3.6	Il teorema cinematico del calcolo a rottura	195
3.7	L'oscillatore elastico. Moto naturale e moto forzato da sisma	195

Capitolo IV

Previsioni e deduzioni nel trattamento di classici problemi della teoria dell'elasticità

4.1	Lastra piana circolare elastica con forze distribuite al contorno	209
4.2	Lastra piana circolare elastica con piccolo foro circolare in asse.....	210
4.3	Lastra elastica assimilabile ad un semipiano indefinito con forza concentrata al contorno	212
4.4	Solido elastico assimilabile ad un semispazio indefinito	

con forza concentrata al contorno. Prime previsioni.....214

Capitolo V

Previsioni e sviluppi nella determinazione rapida, con l'ausilio dell'analisi dimensionale, di equazioni, relazioni e leggi della Fisica Classica e della Meccanica strutturale

5.1	Introduzione	217
5.2	Curve piane	222
5.3	Moto circolare	224
5.4	Flessione semplice della mensola rettilinea a sezione costante con piano di simmetria.....	227
5.5	La seconda legge di Newton	231
5.6	L'equazione di Eulero dell'equilibrio dinamico dei fluidi perfetti incompressibili	234
5.7	Moto rotatorio di un corpo rigido intorno ad un asse	235
5.8	Statica delle funi inestensibili contenute in un piano	238
5.9	Vibrazioni	243
5.10	Carico critico in campo elastico di una barra con difetto e senza difetto	251
5.11	Tubi sottili in pressione di lunghezza infinita.....	258
5.12	Membrana sferica in pressione e membrane a doppia curvatura	259
5.13	La pulsazione dell'oscillatore elementare.....	264
5.14	Tensione dovuta all'urto di una corrente d'acqua su una parete indefinita	265
5.15	Anello circolare soggetto a momenti torcenti distribuiti ed uniformi.....	267
5.16	Velocità limite nella caduta libera di un corpo nell'aria.....	268
5.17	Moto uniforme dell'acqua in un canale.....	272
5.18	Moto stazionario di filtrazione. L'equazione di Laplace	280

Capitolo VI

Correlazioni fra massimi o minimi e singolarità

6.1	I casi del triangolo e del quadrilatero	283
-----	---	-----

6.2	Altre correlazioni	288
6.3	Divagazioni intorno ad alcuni principi di minimo ed alle singolarità.....	294

Capitolo VII

Ragionamenti semplici e buon senso nella determinazione di ordini di grandezza in problemi di urto

7.1	Urto di una massa rigida contro un semispazio di sabbia sciolta.....	301
7.2	Urto di una massa rigida contro un semispazio di acciaio .	302
7.3	Urto di una massa rigida nella mezzeria di una trave in acciaio incastrata agli estremi.....	304

Capitolo VIII

Ordini di grandezza di numeri strutturali e loro implicazioni

8.1	La freccia di una trave appoggiata con sezione a doppia simmetria, soggetta ad un carico uniforme	307
8.2	La trave di lunghezza infinita su suolo elastico soggetta all'azione di una forza concentrata.....	309
8.3	Il pendolo.....	311

Capitolo IX

Dal senso comune e dalle prime esperienze fino alla soluzione di problemi. Conclusioni

9.1	Senso comune ed esperienza. Scelte immediate	313
9.2	Senso comune affinato, logica innata ed intuizione. Soluzione di semplici problemi.....	313
9.3	Effetto scala e senso comune. Le regole di similitudine fra modelli.....	314
9.4	Ragionamento e conoscenze pregresse nella ricerca.....	315
9.5	Conclusioni.....	315

Appendice	
La distribuzione di Maxwell delle velocità molecolari	317
<i>Bibliografia</i>	325

Le ragioni di questo libro

Questo libro trae spunto dalle riflessioni contenute in un mio precedente lavoro¹. Quelle riflessioni, tuttavia, si sono col tempo evolute, ed hanno condotto a un obiettivo del tutto diverso da quello del libro citato, che ha richiesto un impegno molto più ampio e differenziato.

Non mi guida più la sola attenzione alle occasioni che possono consentire di assegnare spazio, nella specificità di una disciplina, al ruolo comunicativo e talvolta semplificativo del linguaggio ordinario. Prevale qui invece l'impegno a individuare tutta una serie di *tecniche di semplificazione per la previsione* (di possibili sviluppi e finanche di risultati), di cui presto dirò. E in verità tali tecniche sono forse diventate la principale ragione di questo libro. Quanto al linguaggio ordinario, esso è ora prevalentemente utilizzato con la nuova precisa funzione di indirizzo alla riflessione, come ancora presto più diffusamente dirò, e come in particolare si noterà nel secondo capitolo. Ho poi esteso il ruolo dell'analisi dimensionale, accentuandone la correlazione con le tecniche di cui ho detto e con il linguaggio ordinario.

Detto ciò, devo subito evitare che il riferimento al linguaggio ordinario possa essere causa di confusioni. Tale riferimento, infatti, sembra sottintendere certi temi di indagine che sono stati oggetto già da tempo di analisi approfondite sulle quali non intendo ritornare. Devo allora difendermi da questo rischio, e lo farò cominciando col precisare quali siano le questioni che qui *non* saranno oggetto di discussione.

Non intendo proporre un discorso sulle possibilità o meno di traduzione del linguaggio formalizzato della Fisica e della Meccanica in linguaggio ordinario. Se così fosse, sarebbe un ritorno su una questione fin troppo dibattuta. Basta ricordare, con G. Battimelli², quanto

¹ Jossa, P. *Linguaggio ordinario e ragionamento puro nella Meccanica strutturale*, Aracne Editrice, giugno 2011.

² Battimelli, G. *Pillole pedagogiche ovvero i tormenti dell'insegnante di Fisica*, www.mercati.esplosivi.com

scriveva, già nel 1857, un personaggio illustre della storia della Fisica, *Michael Faraday* a un altrettanto illustre collega, il suo connazionale *James Clerk Maxwell*: “C'è una cosa che avrei piacere di chiederle. Quando un matematico si impegna a indagare azioni e risultati fisici e arriva a conclusioni proprie, non è forse possibile formulare tali conclusioni nel linguaggio comune con la stessa completezza, chiarezza e definitezza che in formule matematiche?...”.

Non ho inoltre interesse a indagare, ad un livello generale, sul rapporto che intercorre fra linguaggio ordinario e linguaggio matematico; altra questione che è stata anch'essa oggetto di lunghi dibattiti. Del resto mi pare che ormai vi sia un accordo diffuso nel giudicare che sussista un rapporto di complementarità fra i due linguaggi, con pregi e difetti, a seconda dei casi, di ciascuno di essi.

Preferisco viceversa appoggiare la mia riflessione su un motto che ha guidato per lunghi anni il mio insegnamento della Tecnica delle Costruzioni nelle Facoltà di Architettura di Reggio Calabria e di Napoli. Il motto era: “*Ciò che può essere fatto non deve essere insegnato*”. Vi si dovrebbe leggere l'intenzione, nell'insegnamento di una disciplina specialistica, di massimizzare l'attività degli allievi, ubbidendo, a una linea *costruttivista*, conglomerato di differenti posizioni nel lavoro di formazione.

Questa scelta che ho praticato accompagnandola in aula con pause di riflessione, intendeva evidentemente sollecitare l'iniziativa dell'allievo, spingendolo a utilizzare i mezzi di cui disponeva. Non era tuttavia soltanto il *qualitative reasoning* di valorizzazione delle conoscenze acquisite, ma era anche sollecitazione alla costruzione autonoma, un obiettivo certamente difficile ma non del tutto impossibile, specialmente quando si riesce a produrre *autofiducia*, con il riconoscimento della naturalezza e della semplicità di molte questioni.

Il lettore noterà che l'ultima frase allarga il discorso, in quanto le parole “naturalezza” e “semplicità” sono connotazioni proprie del modo di agire del senso comune. Qui però ancora una volta, devo dire che non sono interessato a ritornare sulla questione, anch'essa a lungo dibattuta, delle potenzialità del senso comune. Mi limito a ricordare che il senso comune è la dote che più esplicita l'iniziativa, a causa della sua naturale tendenza a guardare in tutte le direzioni. Aggiungo poi, e lo preciserò in seguito, che qui il riferimento è al senso comune di

una persona dotata non soltanto di un certo livello culturale, ma anche di un certo bagaglio di conoscenze specialistiche.

L'ultima precisazione deriva dal fatto che quanto dirò avrà caratteri *in parte propedeutico ed in parte complementare ad uno studio sistematico di alcuni aspetti fondamentali della Fisica classica ed in particolare della Meccanica strutturale*, cioè ad uno studio che normalmente ubbidisce alle forme proposte dai manuali. È allora evidente che difficilmente potrò suscitare l'interesse di un lettore del tutto estraneo alla cultura scientifica; anche se, come sempre, la speranza è l'ultima a morire.

Ho così allacciato il ricordo dell'allievo nell'aula con la figura del lettore, con riferimento a possibili occasioni di attività e d'iniziativa. Devo ora essere più preciso su ciò che intendo fare. A tal fine è forse opportuno riportare l'attenzione sulle brevi parole che ho ricordato dello scritto di Faraday.

Faraday si sofferma sul problema della trasmissione delle conclusioni di un lavoro di ricerca, che in genere, si deve presumere, avrà comportato difficoltà e tempi lunghi per la conquista dei risultati. Egli quindi rinuncia a descrivere il percorso di scoperta. Un fatto del resto ovvio, giacché la scoperta è essenzialmente individuale, ed è caratterizzata da percorsi spesso non prevedibili, che comunque sono privilegio di pochi. Egli si limita a riflettere, come del resto ho già detto, sul problema delle possibilità o meno di traduzione del linguaggio della matematica nel linguaggio di tutti, sottintendendo la capacità del lettore di comprendere l'eventuale traduzione.

Io viceversa, pur non avendo, come ovvio, conoscenza di quelli che sono stati gli effettivi percorsi di scoperta, *desidero collocarmi in qualche modo in parallelo con essi*. Una posizione che non è ambizione alla ricostruzione dei fatti, sia perché la ricostruzione è compito degli storici, sia perché il racconto ricostruttivo, pur se talvolta di grande interesse, è troppo spesso costretto a perdere efficacia didattica a causa della necessaria descrizione di ritorni e di errori. Né ancora intendo farmi guidare da un'ambizione di confronto; significherebbe minimizzare, con la comodità di chi lavora ex post, l'importanza e l'originalità di certi risultati. E' quanto, ad esempio, ribadirò nel guidare la previsione di alcuni aspetti delle equazioni di Maxwell. Desidero viceversa domandarmi se in qualche occasione è possibile condurre, per sempli-

ci vie, alla conquista di un risultato. Con la convinzione che così è comunque escluso il rischio di impoverire lo studio della Scienza con la riduzione del discorso in una rigida cornice conclusiva, quasi *semplice presa d'atto di avvenuti successi*. E qui incidentalmente devo dire ancora a Battimelli³ che forse la noia che ad alcuni comunicano certi manuali scientifici non è sempre e soltanto colpa di una certa povertà lessicale del linguaggio formalizzato, ma può talvolta dipendere da una organizzazione troppo sistematica dei vari argomenti che si risolve in un semplice apprendimento, con assenza di stimoli all'autonoma costruzione.

In breve, io penso che *si debba approfittare proprio della comodità di poter lavorare ex post, facendo precedere l'acquisizione sistematica della conoscenza da una fase di previsione: sia delle strutture logiche, talvolta nascoste dagli sviluppi, che ne costituiscono il sostegno; sia dei fatti e delle conoscenze di comune esperienza che possono contribuire alle spiegazioni; sia infine, come presto dirò, ricercando possibili percorsi di semplificazione*. Una previsione che, lo ripeto, non ha la pretesa di descrivere il modo di formarsi di una specifica conquista scientifica, ma cerca di cogliere, in tutto o in parte, un possibile percorso di riconoscimento. È ovviamente sottintesa nell'operazione che cercherò di sviluppare, l'ambizione di attrezzare il lettore affinché possa cogliere la naturalezza e appunto la semplicità concettuale che di solito sono alla base di una formulazione, di un problema, di un teorema o di altri aspetti della Fisica.

E. Toulouse⁴, uno psicologo del Laboratorio di Psicologia della Scuola di Studi superiori di Parigi, ricorda in un libro del 1910 intitolato *Henri Poincaré*, che Poincaré non si preoccupava molto di essere rigoroso e non amava la logica. Egli giudicava che la logica non fosse un modo di inventare, ma un modo di strutturare le idee, anzi riteneva che la logica limitasse le idee. Toulouse ricorda anche che il modo di Poincaré di affrontare un problema consisteva nel cercare di risolverlo in modo quanto più possibile completo nella sua mente e successiva-

³ Battimelli, G. *Linguaggi scientifici e linguaggi dei manuali*, www.phys.uniroma1.it

⁴ Toulouse, E. *Enquete médico psychologique sur la supériorité intellectuelle: Henri Poincaré*, E. Flammarion, Paris, 1910.

mente nel tradurlo in uno scritto ben sistemato.

Ora è evidente che non si può prendere a campione un genio come Poincaré. Tuttavia è un fatto che la logica non è intuizione e scoperta, ed è anche un fatto che l'immersione senza deviazioni negli sviluppi può produrre automatismi, limitando l'efficacia della riflessione costruttiva. È poi anche evidente che la ricerca di forme non convenzionali di accostamento ai vari problemi, di cui, come presto dirò, farò uso, si può tradurre in stimoli per l'attività mentale. Infine non si deve dimenticare che se, come talvolta accade, è evidenziato soltanto il carattere strumentale di un problema, vi è il rischio che si perdano il concetto e la razionalità che lo sostengono.

Dice in proposito Dewey⁵: «il concetto ha anche la caratteristica di consentire l'anticipazione della soluzione dei problemi». Ed è anche alla ricerca dei concetti di base che sono impliciti in un problema che intendo fornire il mio piccolo contributo. Essendo un fatto che l'anticipazione, quando possibile, di un concetto, poiché si colloca naturalmente a monte delle specificità, non alimenta soltanto l'organizzazione della conoscenza, ma è anche un mezzo che può fornire le ragioni degli sviluppi che seguiranno; anzi spesso è essa stessa risoluzione.

Ad esempio, il concetto di *uniformità*, applicato al moto dell'acqua in un canale (paragrafo 5.17), è un'anticipazione che consente immediate ricadute, ovviamente per chi abbia un minimo di conoscenze specifiche, in termini di dissipazione di energia e di equilibrio. Oppure è ben noto che il concetto di *simmetria* conduce a immediate semplificazioni di molti modelli. Si veda il caso, in verità elementare, della simmetria polare di una struttura ad anello nel paragrafo 5.15 e si vedano alcune determinazioni del campo elettrico con l'impiego della sola legge di Gauss. Basta poi riflettere sul concetto di *variazione* per dedurre, con la variazione della quantità di moto, la legge di dipendenza delle resistenze, nel moto veloce di un fluido incompressibile, dalla densità e dalla velocità nel flusso turbolento. Ancora, il concetto-significato di *separazione* fra due insiemi di situazioni evidenzia immediatamente l'esistenza di un *valore critico*, come è per il carico assiale di una barra e per la velocità dell'acqua nei canali. E infine, il concetto di *perturbazione* indirizza immediatamente, con l'analisi dimensionale, all'espressione della velocità del suono.

⁵ DEWEY, J. *Logica, teoria dell'indagine*, trad. di A. Visalberghi, Einaudi, Torino 1949.

Ad ulteriore sostegno di quanto ho detto ritengo che i presupposti di cui ho parlato non siano in genere strumenti disgiunti fra loro, da utilizzare, l'uno o l'altro, a seconda delle occasioni. Essi invece, a mio parere, concorrono congiuntamente per uno scopo. Ad esempio ritengo, forse ripetendomi, che il carattere, innato nell'uomo, della capacità di elaborare concetti si coordini naturalmente con un'altra dote innata: il senso comune (nell'accezione precedentemente indicata), e che ragione e senso comune non possano essere seccamente separati. Non sono quindi nella linea di coloro che ritengono che il senso comune, non soltanto non possa giovare alla conoscenza scientifica, ma sia spesso causa di distorsioni. Preferisco viceversa Quine⁶: «La scienza è prolungamento del senso comune», oppure Mach⁷: «Ogni individuo singolo... nel suo crescere fino alla piena coscienza, trova pronta una visione del mondo compiuta che egli non ha deliberatamente contribuito ad edificare. Tutti devono cominciare da qui», ed infine Duhem⁸: «Il presupposto indimostrabile, immediato ed evidente su cui si fonda il potere logico della ragione e che garantisce ogni riflessione razionale è il senso comune».

Vengo ora al punto cruciale.

E' per me un'evidenza che la parola “*semplificazione*” ha sempre svolto un ruolo dominante nella ricerca scientifica, almeno nella ricerca scientifica relativa a problemi di Fisica classica, quindi relativa a problemi che operano alla scala macroscopica.

Con ciò intendo che, in presenza di alternative, i percorsi di scoperta hanno in genere successo quando si opta per la strada più semplice, che è quasi sempre anche la strada dotata di maggiore *efficacia esplicativa*.

Questa convinzione, di cui illustrerò alcuni aspetti, collima in pieno con l'obiettivo fin qui illustrato. Vediamone le ragioni.

Spesso chi legge un manuale scientifico non è in una fase di conoscenza orientata all'impegno di ricerca, ma tende piuttosto a essere

⁶ QUINE, W.V.O., *Two dogmas of empiricism*, Philosophical Review, vol. LX, n.1, 1951.

⁷ MACH, E., *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, collana Universale scientifica Boringhieri, vol. CLXI, Bollati Boringhieri, Torino 1977.

⁸ DUHEM, P., *La théorie physique: son objet et sa structure*, Marcel Rivière, Paris 1906.

guidato all'acquisizione di certi risultati e di certi strumenti ormai sistemati, rifuggendo, o meglio rinviando, l'iniziativa. Non basta quindi, per lo scopo che qui perseguo, sollecitare, anche con frequenza, il lettore ad utilizzare i mezzi di cui dispone. Occorre qualcosa di più.

Il di più è proprio l'aver cura di *semplificare*, per quanto possibile, il percorso di risalita verso il risultato. Una semplificazione che talvolta è finanche opportuno forzare, accettando tutti i rischi che la forzatura può comportare in termini di rigore dimostrativo. Rischi che ho comunque mitigato, utilizzando le limitazioni della *previsione*, dove il fascino, per la conquista di un risultato, di questa parola, è compensato dalla sua natura, essenzialmente estranea alla certezza. Ho così scelto di collocare le semplificazioni nei paragrafi delle *previsioni*, prima di quelli sugli *sviluppi*.

Ovviamente, per quanto detto, l'abbinamento delle due parole: *semplificazione* e *previsione* deve essere letto con il significato di *semplificazioni per la previsione*. In seguito, per non dilungarmi, parlerò soltanto di *tecniche* o di *strumenti di previsione*.

L'impegno intorno a varie tecniche di previsione, con i molti significati che assegno alla semplificazione, è il fatto dominante in questo libro. Si tratta di tecniche, come ora mostrerò, che sono talvolta dotate di una forte potenzialità esplicativa, e che, in parte, come ho già detto, sono state le vere e proprie ragioni di questo mio impegno. Devo quindi soffermarmi su alcune di esse con specifiche descrizioni.

Una prima tecnica di previsione consiste nel rivolgere attenzione a casi particolari, anche lontani dall'obiettivo che si persegue.

È noto che il particolare può alimentare generalizzazioni. Sono i processi di induzione: una delle due grandi vie, per Aristotele, attraverso le quali riusciamo a formare le nostre credenze.

Qui l'attenzione al particolare ha tuttavia un altro scopo. Essa deriva dal fatto che molti casi particolari hanno il pregio di contenere implicitamente i casi generali. Ne deriva che la conquista, partendo dal particolare, di un risultato di validità generale, non comporta le incertezze di un vero e proprio processo induttivo, bensì è immediata e certa. Si ha ad esempio una situazione di questo tipo quando il risultato che si ottiene in un problema concreto che contiene il vettore velocità di un fluido, può essere esteso, per la genericità del modulo e della direzione di tale vettore, alla dimostrazione di un teorema generale che

opera su vettori generici.

Una seconda tecnica di previsione, da me più volte impiegata, ricorre quando un'incognita, ad esempio la direzione di un vettore, può essere individuata senza dimostrazioni. Ciò avviene, ad esempio, se esiste una sola direzione dotata di un carattere di *singolarità*, come è in un punto la direzione della normale ad una superficie equipotenziale per il punto. È quanto accade con la definizione del gradiente, con le direzioni del flusso di calore e della filtrazione, ed infine con la singolarità delle direzioni principali di tensione in problemi classici di elasticità.

Qui è opportuno che io ribadisca la forza di queste corrispondenze. Esse, a mio parere, specialmente quando non consentono alternative, sostituiscono le stesse procedure dimostrative. Ed in verità è mia convinzione che una tale funzione sostitutiva debba essere riconosciuta a molte delle tecniche di previsione di cui ho detto e dirò.

Si hanno casi di singolarità anche nello studio dell'urto elastico, dove in particolare la singolarità del riferimento solidale con il baricentro delle masse, quasi situazione di simmetria, può anche essere causa di una previsione immediatamente conclusiva.

Si hanno singolarità in certi problemi della termodinamica.

Nei problemi del semipiano e del semispazio indefinito le singolarità direzionali sono facilmente riconosciute come direzioni principali di tensione.

Appartengono a mio parere alla classe delle soluzioni dotate di singolarità anche le soluzioni che, in assenza di altre indicazioni, derivano dalla ricerca di un massimo o di un minimo di una funzione. Ne vedremo due esempi nello studio dell'ottica geometrica e nella distinzione fra correnti lente e correnti veloci nel moto uniforme dell'acqua nei canali.

Le molte corrispondenze che sussistono fra massimi e minimi di funzioni e singolarità in genere (siano esse valori o siano relazioni o leggi) mi hanno spinto a dedicare all'argomento un intero capitolo, come in seguito specificamente dirò.

Nel corso del capitolo si noterà che queste corrispondenze hanno un'importante proprietà. Si tratta di questo.

Se i massimi o i minimi sono relativi a funzioni molto semplici, ad essi corrisponderanno singolarità particolarmente evidenti e ben caratterizzate.

Se viceversa la semplicità delle funzioni si riduce, si riduce anche

l'evidenza delle singolarità.

Il caso del triangolo è significativo in merito. Il minimo della somma delle distanze dai vertici di un triangolo spetta ad un punto notevole e tipicamente singolare (i tre segmenti che lo congiungono ai vertici formano angoli uguali fra loro). Il minimo della somma dei quadrati delle dette distanze spetta al baricentro del triangolo, ovviamente un punto notevole e singolare. Il minimo dei cubi delle distanze è il minimo di una funzione certamente meno semplice, ed infatti il corrispondente punto non ha proprietà subito evidenti. Infine il minimo della somma delle ennesime potenze delle distanze di un punto dai vertici, con *n molto grande*, torna ad essere una funzione semplice, ed infatti il punto che fornisce tale minimo è il circocentro, punto di incontro degli assi del triangolo, quindi nuovamente un suo punto notevole e singolare.

Si dirà. Tutto questo è molto vago e non è produttore di risultati certi. Nulla da obiettare. Non sempre si può, e non sempre interessa, dimostrare. Ma la previsione ha pieno diritto di alloggio, con evidenti vantaggi per la comprensione.

Uno strumento interessante di previsione deriva da un postulato che ho proposto: *in assenza di indicazioni evidenti sulle direzioni di vettori valgono le condizioni di parallelismo o di ortogonalità*. Esso conduce a utili ricadute in Magnetostatica e nella studio delle equazioni di Maxwell.

In particolare l'abbinamento del postulato con semplici considerazioni sulla impossibilità che si verifichino condizioni di parallelismo fra onde in propagazione consente immediate indicazioni sulle sussistenza di condizioni di ortogonalità fra le direzioni di oscillazione dei vettori campo elettrico e campo magnetico e fra queste direzioni e la direzione di propagazione delle onde.

Altre tecniche di previsione, anch'essi talvolta produttrici di vere e proprie soluzioni senza dimostrazioni, si hanno: a) quando non si scorgono soluzioni possibili diverse dall'unica che immediatamente ricorre all'attenzione, ad esempio perché non vi sono possibilità di elaborazione o perché non vi sono parametri in gioco che possano condurre ad altre soluzioni; b) quando la soluzione è individuata dalla sussistenza di evidenti condizioni di simmetria; c) quando un fatto sperimentale evidente fornisce le ragioni di un teorema. E' il caso del moltiplicatore cinematico nel calcolo a rottura; d) quando l'esistenza di una situazione specifica collocata fra due situazioni estreme è ga-

rantita dalla esistenza di una condizione di variazione continua dei dati e dei risultati. E' il caso dell'esistenza delle direzioni principali di tensione; e) quando l'assenza di una direzione privilegiata consente di ottenere immediatamente un risultato. E' il caso della legge di simmetria delle tensioni tangenziali; f) quando la grande lunghezza di un canale e la costanza delle sue caratteristiche implicano, senza dimostrazione, la uniformità del moto dell'acqua.

Esistono poi tecniche di previsione che sono specifiche di un particolare argomento. Ad esempio, nella discussione relativa al secondo principio della termodinamica, mi è parso opportuno osservare che l'esistenza di questo principio si riconosce semplicemente notando che i valori che competono ai termini che compaiono nella scrittura del principio di conservazione dell'energia per una macchina frigorifera non sono liberamente assegnabili, ma sono sottoposti ad evidenti restrizioni. Una osservazione che ha il vantaggio, a me sembra, di consentire al lettore un primo immediato inquadramento del problema.

In aggiunta si vedrà, ancora con riferimento al secondo principio della termodinamica, che l'invertibilità dei processi nelle macchine perfette consente di appoggiare le regole di funzionamento delle macchine termiche alla nozione di senso comune relativa al flusso del calore, necessariamente forzato (con lavoro esterno), dai corpi freddi ai corpi caldi, come è nelle macchine frigorifere. Il tutto con evidenti semplificazioni dimostrative.

Un altro strumento specifico di previsione che a mio parere è opportuno segnalare, è quello che si ottiene, con riferimento al moto di un fluido perfetto incomprimibile, combinando i parametri variabili con quelli fissi, in modo da formare le uniche forme energetiche che ad essi competono, a costruzione del teorema di Bernoulli.

Ancora, nell'Elettrostatica nel vuoto, mi è parso opportuno osservare che l'assenza di altri fattori, parametri o condizioni doveva necessariamente comportare, a parità di angolo solido, la costanza, al variare della distanza, del flusso del campo elettrico. Un risultato che conduce ad una grande semplificazione degli strumenti di analisi, quindi proprio a quanto intendo evidenziare in questo libro.

Mi è anche sembrato giusto far precedere l'espressione che fornisce la direzione della forza in un punto dovuta all'azione di un campo magnetico, dall'invito ad osservare che tale direzione è l'unica possibile, tenuto conto delle caratteristiche del campo elettrico e dei dati in gioco.

Un caso a parte è costituito dall'interazione elettromagnetica, dove il solo ragionamento basato su due semplici presupposti di conoscenza conduce alla giusta previsione.

Tutto quanto ho detto sulle tecniche di previsione ha bisogno di un fondamentale corredo. E' tale la previsione non specializzata, che si appoggia soltanto ad esperienza, senso comune e ragione. Ed è quanto

dovrebbe sempre essere fatto, come prima anticipazione.

E' così possibile prevedere immediatamente: le caratteristiche dell'equazione di equilibrio dell'aria ferma; il legame fra le variazioni della pressione e della densità nell'espressione della velocità del suono; la dipendenza dal principio di conservazione dell'energia della legge di Coulomb; e così via.

Un intero capitolo è infine dedicato, per ragioni che presto chiarirò in dettaglio, alle semplificazioni conseguibili, in certe circostanze, con l'impiego dell'analisi dimensionale.

In proposito mi limito, per ora, a dire che certe soluzioni sono rapidamente conseguibili sia accompagnando l'analisi dimensionale con evidenti condizioni di proporzionalità diretta o inversa, sia sfruttando il fatto che spesso opportune condizioni relative ai parametri in gioco consentono di escludere la presenza di coefficienti numerici nelle equazioni. Con la conseguenza che l'analisi dimensionale finisce con l'acquisire un forte potere risolutivo.

Ovviamente non intendo sostenere che l'analisi dimensionale debba essere impiegata in sostituzione dei classici strumenti di analisi. Voglio soltanto evidenziare che talvolta essa consente scorciatoie, con semplici ed immediate previsioni.

Concludo questo elenco con la speranza che l'abbinamento dell'*ottica della previsione con una certa ricchezza di strumenti di semplificazione*, riesca talvolta a sviluppare, come del resto ho già detto, un efficace potere esplicativo, ubbidendo così agli obiettivi di questo libro.

In ogni modo, si potrà anche giudicare che i paragrafi delle previsioni, per come strutturati, non riescono facilmente a sollecitare utili pause di riflessione. In tal caso resterà comunque il loro ruolo, di descrizione appunto di un processo di previsione, a monte degli sviluppi.

Prima di procedere oltre, è forse opportuno ricordare che le tecniche di semplificazione che in parte ho descritto, dovendo servire a facilitare un processo induttivo di riconoscimento, hanno trovato la giusta collocazione proprio nei paragrafi delle previsioni. Ciò è in linea con quanto afferma Reichenbach⁹, che "l'induzione è lo strumento del metodo scientifico ed è lo strumento della *previsione*". Per altro verso

⁹ Reichenbach, H., *The rise of scientific philosophy*, Berkeley, 1951.

le dette tecniche possano anche essere lette come utili contributi per lo sviluppo di inferenze induttive.

Ciò posto, devo subito aggiungere che le semplificazioni di cui fin qui ho detto sono state in alcuni casi accompagnate da altre semplificazioni che hanno però forme ed obiettivi affatto diversi dalle precedenti, in quanto non sono specificamente proposte all'interno di processi induttivi di riconoscimento.

Queste semplificazioni sono occorse quando mi è sembrato possibile evidenziare la logica innata che caratterizza molti aspetti della Fisica classica ed in particolare della Meccanica strutturale. Ho allora cercato di limitare le esigenze di formalizzazione e di specialismo di questa disciplina con proposte di riduzione, ed appunto di semplificazione, del discorso scientifico, indipendenti dalle tecniche di cui precedentemente ho detto. In particolare ho cercato in qualche caso di proporre, con riferimento ad argomenti e sottoargomenti come detto propedeutici o propri della Fisica classica e della Meccanica strutturale, alcune ipotesi di trattamento complementari a quelle tradizionalmente proposte dalla comunità scientifica. Ovviamente, anche per questo scopo, ho dovuto assegnare un maggiore spazio al linguaggio ordinario.

Si può rispondere: ma perché queste riduzioni e tutte queste semplificazioni, se nulla osta a concludere uno sviluppo matematico con un riassunto in linguaggio ordinario? Rispondo che, così operando, si confondono due aspetti. La sintesi conclusiva certamente facilita la comprensione di quanto detto; ma qui l'obiettivo, lo ripeto ancora, è cercare di cogliere *le ragioni, talvolta nascoste dagli sviluppi, che possono giovare alla comprensione ed allo sviluppo del discorso scientifico.*

Dico infine che alcuni docenti, in realtà i più convenzionali, tendono talvolta ad utilizzare la stessa matematica, non soltanto come mezzo supremo per governare il mondo della grande ricerca, o come necessario strumento di sintesi e di chiarezza, ma anche come paravento autoprotettivo di aulicità in questioni molto più semplici e principalmente molto concrete, dove l'obbligo sovrano della ricerca di possibili semplificazioni deve saper sperimentare le potenzialità di elaborazione fornite dalla logica innata, dal buon senso e dalla comune esperienza.

Osservo ora che pur se è un fatto che i linguaggi specifici sono ge-

neralmente considerati strumenti ben più efficaci del linguaggio ordinario nella formazione e nella trasmissione della conoscenza scientifica, è anche certo che abbiamo il dovere di impegnarci a fondo per consentire il *riconoscimento, con il linguaggio ordinario e con forme di previsione, dei presupposti fondativi, cioè dei presupposti comuni a tutti, delle varie forme di conoscenza specifica.*

Spero comunque che l'obiettivo che mi propongo di seguire sia accompagnato da un presupposto irrinunciabile: avere *sempre la massima cura nel non degradare la qualità e la consistenza del discorso scientifico.*

Un'ultima osservazione sull'impegno nella previsione.

È certo che le sue molte sfaccettature mi obbligheranno spesso a sviluppare discorsi più lunghi e più articolati di quelli proponibili con un linguaggio immediatamente formalizzato. In particolare è evidente che il tentativo di stimolare la capacità di previsione del lettore richiederà approcci diversi, spesso non brevi. Ma ho detto che non intendo, con questo libro, sostituire i manuali. E' poi anche evidente, sul fronte opposto, che lo scritto, in assenza di pause imposte di riflessione, difficilmente può raggiungere l'efficacia del discorso parlato. Ma qui non intendo dimenticare il fascino indiscutibile della lezione.

Chiudo il cerchio di quanto ho detto accompagnando le motivazioni che mi guidano in questo libro con l'osservazione: oggi il modo prevalente di sviluppare la conoscenza, e finanche, potrei dire, il modo di ragionare, rischia sempre di più di differenziarsi, per il prevalere delle specializzazioni, da quello che può chiamarsi "il ragionamento puro". Così intendo un insieme di atti mentali che utilizzano, con minimo ricorso a regole specialistiche più o meno codificate, il potere comunicativo degli strumenti, dalla logica all'esperienza, che ho già più volte ricordato.

Concludo questa prima parte della premessa osservando che la tendenza a cancellare il ruolo del ragionamento puro ha oggi la sua massima espressione in certe discipline applicative, a valle delle discipline di base. Ciò talvolta accade poiché in tali discipline il territorio ormai non è più regolato, come accadeva un tempo, da pochi riferimenti che non disturbavano la competenza; ma tende viceversa ad essere sempre più popolato da tutta una serie di disposti normativi, spinti fino al dettaglio; vere e proprie sentinelle che non temono di produrre l'automa,

pur di garantire il massimo di protezione possibile dall'ignoranza.

E così la linea generale di lavoro è tracciata.

Correlazioni con altri lavori

I precedenti riferimenti al linguaggio ordinario e al senso comune richiedono almeno un cenno a quanto è detto in Intelligenza Artificiale (IA) sul loro ruolo.

Ad esempio McCarthy¹⁰ concentra la sua attenzione sulle grandi potenzialità del senso comune, classica guida dell'agire umano parallela all'intelligenza, notando peraltro le grandi difficoltà che sussistono quando si cerca di controllarlo. Un fatto evidenziato dalla fondamentale differenza che sussiste fra *bounded informatic situations*, proprie di sistemi esperti con compiti limitati, caratterizzati da grandi successi in IA, e *common sense informatic situations*, dove lo sforzo di individuare e rappresentare il modo di lavorare del cervello umano non ha ancora condotto, e non si sa se mai condurrà, ad applicazioni di livello accettabile.

In proposito l'autore afferma che molti fatti e situazioni sono descritti in modo appropriato in IA soltanto se si assumono a riferimento concetti e teorie capaci di gestire l'approssimazione, euristiche, modi di ragionare elastici e principalmente non monotoni. Come dire che una eccessiva fiducia in rappresentazioni troppo precise può talvolta tradursi in una perdita di controllo, mentre l'approssimazione tende naturalmente a produrre estensioni, con deduzione di conseguenze e fatti da fatti già noti.

Ovviamente, non spetta a me giudicare se il ricordo di questa distinzione può avere ricadute per gli scopi di questo libro.

La correlazione che ho proposto con alcuni aspetti dell'IA merita comunque una osservazione.

Anche chi non ha alcuna competenza in questa disciplina dovrebbe rendersi conto che sussiste una certa corrispondenza fra le tecniche che in IA sono proposte per la costruzione di modelli formali interpretativi dei modi del ragionare intorno ai fatti ed alle cose; ed i modi e le

¹⁰MCCARTHY, J., *From here to human-level AI*, Artificial Intelligence 171, 2007.

tecniche impiegati nell'acquisizione della conoscenza in una disciplina abbastanza formalizzata come la Fisica classica e la Meccanica strutturale. Per parte mia ne ho conferma osservando che le attenzioni rivolte in Intelligenza Artificiale¹¹ all'analisi dimensionale ed agli ordini di grandezza corrispondono alle scelte che ho ritenuto di fare in questo libro.

Devo poi segnalare che il mio impegno, nei modi indicati, intorno a certi argomenti ed a certi sviluppi della Fisica classica e della Meccanica strutturale potrebbe sembrare a prima vista in stretto collegamento con gli obiettivi del libro di Levi¹². Un libro, come scrive l'autore, di "Fisica a servizio della Matematica", cioè di idee tratte dalla Fisica che si prestano a suggerire soluzioni talvolta anche molto semplificate di problemi matematici (dal teorema di Pitagora a problemi di massimo e di minimo, a processi di integrazione, e così via). Ed infatti anch'io in qualche occasione ricorro alla Fisica per conseguire un risultato di validità più generale. Tuttavia Levi è principalmente interessato alle dimostrazioni, non tanto, come me, all'anticipazione, per altre vie, di ragioni, concetti e previsioni.

Chiudo questa seconda parte della premessa con tre personali riferimenti. L'impegno più forte che ha preceduto questo scritto: il libro¹³ dove, come si vede, una parte dell'obiettivo che qui perseguo è riassunto nel titolo. E la pubblicazione¹⁴, dove la evidente carenza di dati per la previsione dei terremoti ha fatto comprendere a noi autori l'importanza che talvolta può assumere l'impiego di formulazioni approssimate, come tali molto semplici e chiare, per l'evidenziazione di certi aspetti dell'analisi che altrimenti possono sfuggire all'attenzione;

¹¹ BHASKAR, R., NIGAM, A., *Qualitative physics using dimensional analysis*, Artificial Intelligence, 1990, vol. IV, n. 1-2. FORBUS, K., D., *Qualitative modeling*, Foundation of Artificial Intelligence, 2008, vol. III, pp. 361-393. GIUNCHIGLIA, F., *An epistemological science of common sense*, Artificial Intelligence, 1995, vol. LXXVII, pp.371-392. RAIMAN O., *Order of magnitude reasoning*, Artificial Intelligence, 1991, vol. LI, pp. 11-38.

¹² LEVI, M., *Mathematical Mechanics*, Princeton University Press, 2009.

¹³ JOSSA, P., *Problemi della tecnica delle costruzioni. La naturalezza dei percorsi di conoscenza ed il ruolo del senso comune*, II edizione a cura di C. Casapulla e A. Maione, 2 vol., Aracne Editrice, Roma 2011.

¹⁴ CASAPULLA, C., JOSSA, P., MAIONE, A., *Il moto sotto sisma del blocco murario: analisi per progressiva correzione della risposta in risonanza*, Ingegneria sismica, Anno XXVII, n.4, ottobre-dicembre 2010, pp. 35-48.

formulazioni che, per altro verso, ci è sembrato che fossero l'unica via per giustificare e rendere chiara la proposta avanzata nel lavoro di una strategia di analisi del rischio sismico totalmente alternativa a quelle generalmente accettate dalla comunità scientifica.

Le applicazioni

Le applicazioni che seguono sono divise in nove Capitoli più una Appendice.

Il primo capitolo riguarda alcuni aspetti della teoria dei campi scalari e vettoriali. È un tentativo, da un lato di testare l'efficacia delle previsioni, dall'altro di mostrare la semplicità dei concetti di base e la naturalezza delle regole e delle definizioni.

Così mi è parso utile proporre un breve percorso di approfondimento del concetto di variazione di un campo scalare, al fine di pervenire quasi naturalmente alla definizione di gradiente. E mi è parso utile mostrare la semplicità dello sviluppo, a livello infinitesimo, del concetto di variazione di un campo vettoriale, con le concatenazioni che sussistono fra le definizioni di flusso, circuitazione, divergenza e rotore. Una semplicità che accoppiata alla *sommabilità* al finito dei flussi e delle circuitazioni comporta che i teoremi di Green, di Stokes e della divergenza possono essere immediatamente interpretati come semplici conseguenze di quanto già evidenziato a livello elementare.

Ogni paragrafo del capitolo comprende le *Previsioni* e gli *Sviluppi*.

Il secondo capitolo riguarda alcuni fondamentali argomenti della Fisica classica.

Qui devo subito dire che i vari argomenti sono affrontati in sintesi ed in modo elementare, senza alcuna ambizione alla completezza che lascio ai testi specializzati. L'intenzione è semplicemente di allargare il campo di indagine a vari argomenti fondamentali della Fisica classica, nell'ottica già illustrata.

Il discorso è condotto in modo molto semplice ed è tutto guidato, nei vari casi, dal tentativo di individuare i concetti fondativi e principalmente le possibili vie di semplificazione, con percorsi di costruzione dei risultati che possano prestarsi a stimolare l'iniziativa del lettore. Pertanto il mio impegno in questa parte è principalmente concentrato

sui sottoparagrafi delle *previsioni* che perseguono questo scopo. Ovviamente, per le ragioni già dette, le previsioni dovrebbero essere lette con le opportune pause di riflessione. Il che, l'ho detto, non appartiene alla consuetudine nella lettura. È poi vero che qui il risultato conseguito non è mai ottimale, a causa delle molte vie che il pensiero può percorrere nell'accostamento previsionale a un problema.

In ogni modo, nell'ottica ora illustrata, ho cercato, quando possibile, di impiegare quei criteri di semplificazione di cui precedentemente ho parlato. Si guardino ad esempio, come in parte ho già ricordato, i paragrafi dell'ottica geometrica, del flusso di calore, del secondo principio della Termodinamica, dell'Elettrostatica e della Magnetostatica.

Nei vari paragrafi del capitolo ho fatto uso solo in parte dell'analisi dimensionale. Si veda ad esempio la determinazione con l'analisi dimensionale dell'equazione che lega la variazione nel tempo del calore alla variazione spaziale della temperatura, subito a monte dell'equazione di diffusione. E qui devo anticipare che il fatto che le equazioni differenziali sono, per loro natura, rappresentative di una situazione locale, comporta in genere l'assenza in esse di coefficienti numerici, e quindi consente un efficace impiego, per la loro scrittura, come presto dirò, dell'analisi dimensionale. Si veda anche la determinazione con l'analisi dimensionale dell'equazione d'onda nel suono. E si vedano i rapidi risultati che l'analisi dimensionale fornisce nell'impostazione di base della teoria cinetica dei gas. Infine l'abbinamento dell'impegno a semplificare con l'analisi dimensionale può consentire di prevedere le strade da seguire per la determinazione delle equazioni che regolano la distribuzione delle molecole nell'aria ferma ed il moto delle masse d'aria.

Il maggior impiego dell'analisi dimensionale è tuttavia rinviato al Capitolo V.

Una delle questioni più difficili che ho dovuto affrontare nel secondo Capitolo riguarda il modo più giusto per tener conto del presumibile livello di cultura scientifica del lettore. Ciò mi ha spinto a far talvolta precedere le *previsioni* da alcuni *presupposti*, a chiarimento di quelle conoscenze che probabilmente sussistono e di quelle che comunque occorrono per articolare efficacemente la riflessione. Cito in particolare il paragrafo relativo al secondo principio della termodinamica che richiede numerose conoscenze di Fisica, i paragrafi che affrontano al-

cuni aspetti dell'Elettrostatica e delle equazioni di Maxwell, ed il paragrafo relativo al moto browniano.

Ogni paragrafo è preceduto da un breve corsivo che intende evidenziare l'aspetto del paragrafo che, a mio parere, è più significativo per acquisire una prima conoscenza nel tema.

Ad esempio il corsivo nel paragrafo relativo al secondo principio della termodinamica puntualizza, come già detto, il fatto che già il primo principio e l'esperienza comune contengono in fieri gli aspetti fondamentali del secondo principio.

Per altro verso i paragrafi degli sviluppi seguono prevalentemente, con discorsi peraltro molto semplici, le impostazioni classiche dei manuali scientifici.

Quasi tutti i paragrafi sono conclusi con un commento, talvolta riassuntivo, altre volte estensivo. Nei commenti sono anche evidenziati gli aspetti-concetti che sono dominanti nel problema in discussione.

Il terzo capitolo riguarda certe definizioni e certi teoremi della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni.

Qui ho selezionato alcuni aspetti di queste discipline che a mio parere si prestano ad essere affrontati con un diffuso impiego del linguaggio ordinario.

Ovviamente mi è ben chiaro che le scorciatoie che ho provato a percorrere comportano rischi. Ed in verità talvolta, più che dimostrare, tendo a fornire ipotesi che mi sembra non possano essere facilmente negate. È il caso dell'evidente esistenza delle tensioni principali con estensione del risultato a vettori generici; dell'ipotesi sul lavoro delle tensioni basata sulle dimensioni degli enti in gioco; della forza di un esperimento, nel teorema cinematico del calcolo a rottura. Ed è principalmente il caso, come già detto, di certe deduzioni immediate, *per assenza di altre possibilità*. Ed in verità la scelta di basare il discorso sull'esclusione di altre possibilità ricorre più volte, come del resto ho già detto, in questo libro.

Il quarto capitolo affronta quattro classici problemi di teoria dell'elasticità. L'obiettivo non è la loro risoluzione, trattandosi di problemi da tempo risolti che ormai appartengono alla storia della Scienza delle Costruzioni. Lo scopo è mostrare sia i casi semplici che consentono un trattamento col solo impiego del linguaggio ordinario, o con un minimo di formulazioni elementari, sia i casi in cui sono possi-

bili tutta una serie di previsioni di risultati, in breve di operazioni che possono riuscire ad individuare il risultato finale senza il ricorso agli strumenti matematici che normalmente si utilizzano per governare questi problemi. Così è nei due problemi relativi al semipiano indefinito ed al semispazio indefinito.

Il quinto capitolo è tutto rivolto all'impiego dell'analisi dimensionale. Uno strumento che quando utilizzato in modo semplice con strategie adattate ai singoli casi, si presta a mio parere ad evidenziare la naturalezza di certe leggi e di certe relazioni di base della Fisica classica e della Meccanica strutturale.

In merito è noto che l'analisi dimensionale risulta molto utile per ricavare rapidamente certi ordini di grandezza, sia basandosi sui legami fra i parametri che compaiono nelle formule matematiche, sia appoggiandosi con processi di "scaling" (in seguito ricordati) a certi valori caratteristici. Essa tuttavia non può andare oltre tali determinazioni, in quanto non ha i mezzi per ricavare i coefficienti numerici che intervengono nelle equazioni. Per questa ragione essa è impiegata in modo sistematico soltanto nel trattamento di problemi complessi che non permettono, o che sono ancora lontani dal permettere, soluzioni esatte.

In questo lavoro invece l'analisi dimensionale è prevalentemente impiegata nello studio di problemi semplici per le ragioni che seguono.

Comincio anzitutto col ricordare che in Fisica e nella Meccanica strutturale molti enti sono ricavati eseguendo operazioni di integrazione e, più in generale, elaborazioni e trasformazioni. Queste operazioni comportano in genere che le formule che rappresentano gli enti siano affette da coefficienti numerici. Ad esempio richiedono integrazioni e contengono un coefficiente numerico sia la formula che esprime la freccia nella mezzera di una trave, sia l'espressione dell'energia elastica in termini di tensioni o di deformazioni.

Tuttavia non sempre è così. Infatti spesso accade che un ente sia espresso da una relazione che non contiene coefficienti numerici, oppure, se si preferisce, il cui coefficiente numerico è uguale ad uno. Ciò si verifica:

- Salvo eccezioni, quando la relazione è una definizione. Così è una definizione, con classica simbologia, la relazione $I = A\rho^2$ che e-

sprime il momento d'inerzia baricentrico di un'area.

- Quando un ente è relazionato ad altri enti senza elaborazioni ed in assenza di alternative (cioè quando non vi è la presenza di più parametri con le stesse dimensioni), ad esplicitazione di legami di equilibrio, di continuità, cinematici ecc. Ciò in genere si verifica quando i parametri in gioco sono localmente od istantaneamente definiti. Ad esempio è così l'espressione della velocità $v = r\omega$ nel moto circolare uniforme (si noti che ω esprime la rotazione locale del vettore velocità). Non è così per l'espressione della velocità $v = x\omega\cos(\omega t)$ nel moto armonico, in quanto qui la velocità è funzione del tempo trascorso e deriva dalla soluzione di una equazione differenziale. Né è così per l'espressione $0,5mv^2$ dell'energia cinetica che deriva da trasformazioni.
- Salvo eccezioni, quando l'ente è presente in un legame di equilibrio o di continuità fra più enti all'ascissa corrente o all'istante generico. Il legame è allora in genere espresso con una equazione differenziale di immediata scrittura, che precede le elaborazioni. Ad esempio è tale il prodotto $kx = -m\ddot{x}$ che esprime la forza statica nell'equazione del moto naturale senza viscosità dell'oscillatore elementare. In questi casi l'analisi dimensionale si dimostra spesso utile per la stessa determinazione delle equazioni, anche se conviene sempre accompagnarla con considerazioni basate sulle leggi generali e su aspetti delle teorie, specialmente quando i segni degli enti in gioco non sono facilmente assegnabili. Ovviamente l'operazione deve essere gestita con attenzione per tener conto delle possibili eccezioni. Si pensi, ad esempio, all'equazione di Sofia Germain della piastra rettangolare, dove il termine con derivate miste è preceduto dal coefficiente "due"¹⁵.

In tutti casi citati l'assenza di un coefficiente numerico comporta che l'analisi dimensionale riesca spesso a fornire risultati esatti con le sue sole forze.

L'analisi dimensionale è caratterizzata da una fase iniziale di scelta dei parametri in gioco che è sostenuta da conoscenze pregresse e dal

¹⁵ Il coefficiente "due" nell'equazione di Sofia Germain scomparirebbe se si mantenesse la distinzione derivante dalle due possibilità di ordinamento delle derivazioni rispetto alle due coordinate x ed y che complessivamente conducono alla stessa espressione.

buon senso scientifico, con piena aderenza agli obiettivi di questo libro. Questa fase è raramente guidata da regole precise. La scelta in genere è facilitata dalla natura del problema che si affronta. Ad esempio è ben noto che nei legami di equilibrio compaiono solo parametri che concorrono a precisare le forze e parametri geometrici.

Per altro verso la metodologia che è propria dell'analisi dimensionale abitua a ben strutturare i problemi, con il ricorso, come si vedrà nelle applicazioni, alla distinzione fra parametri indipendenti e parametri dipendenti, fra parametri fissi e parametri variabili, e principalmente con la ricerca, caso per caso, dell'impostazione più efficace per la risoluzione di un problema.

Ecco esposta la prima ragione dell'impiego dell'analisi dimensionale in questo lavoro.

La seconda ragione del suo impiego deriva dal fatto che l'analisi dimensionale abitua a sviluppare proprio quello che ho chiamato il ragionamento puro. Con essa infatti sono proprio l'intuizione fisica, la logica, il buon senso e principalmente la già detta constatazione di *assenza di alternative* che giocano spesso un ruolo significativo, a costruzione delle previsioni di molti aspetti di una teoria. È quanto in particolare accade, come ho già detto, nella individuazione e nella organizzazione dei parametri in gioco.

Ovviamente, è bene ricordarlo, l'analisi dimensionale deve essere sempre intesa come un semplice strumento di ausilio alla teoria. Un fatto del resto ovvio, se non si vogliono rischiare perdite di significato e pericolosi automatismi. Pertanto, se spesso accade in questa quinta parte che la teoria sia nascosta, ciò deriva unicamente dall'esigenza che avevo di mostrare, come è nel tema del libro, le potenzialità dell'analisi dimensionale.

Vedremo comunque che l'analisi dimensionale non sempre è applicabile con certezza di risultati. Basta osservare che non mi è stato possibile inquadrare le situazioni precedentemente indicate, nelle quali i coefficienti numerici sono assenti, in un insieme di regole che non comportino eccezioni.

All'interno di questo capitolo sono inseriti anche alcuni argomenti che non consentono, o consentono solo in parte, per la presenza di più parametri con le stesse dimensioni, l'impiego dell'analisi dimensionale. Lo scopo del loro inserimento deriva dall'esigenza di mostrare co-

munque quali sono i limiti di questo strumento. Un esempio in merito è fornito dal paragrafo sulla statica delle funi. In altri casi ho dato più spazio al linguaggio ordinario o a particolari strumenti di semplificazione. Sono tali i paragrafi sulle vibrazioni e sul carico critico. Infine il paragrafo sul moto uniforme dell'acqua in un canale abbina una trattazione più tradizionale ad una trattazione prevalentemente basata sull'analisi dimensionale.

Il sesto capitolo esemplifica e discute le correlazioni che sussistono fra alcuni minimi o massimi di funzioni o di funzionali con certi enti o valori notevoli o singolari, fino a singolarità costituite da vere e proprie leggi.

Ad esempio, ai minimi di certe distanze corrispondono nel triangolo e nel quadrilatero certi punti notevoli e/o singolari. A certi minimi o a certi massimi di aree o di volumi di solidi regolari corrispondono certe dimensioni notevoli e/o singolari dei solidi stessi.

Il discorso è poi esteso sotto la voce *divagazioni* (significativa di assenza di intenti dimostrativi) alle correlazioni che sussistono fra la stazionarietà di certi funzionali e certi classici principi della Meccanica.

Scopo sottinteso del capitolo è invitare ancora una volta a riconoscere, attraverso esempi, la naturalezza e la semplicità di certi risultati e di certe leggi.

Il settimo capitolo evidenzia, con alcuni esempi, come cresca il ruolo del comune ragionamento e del buon senso quando ci si occupi della fondamentale questione degli ordini di grandezza. Un fatto che ho già ricordato con riferimento all'Intelligenza Artificiale. Gli esempi sviluppati sono relativi ad alcune tipologie di urto.

L'ottavo capitolo affronta lo studio di alcune relazioni della Fisica e della Meccanica strutturale le quali, essendo frutto di elaborazioni, hanno per quanto detto coefficienti numerici (qui detti *numeri strutturali*) diversi da uno.

Si mostra come le riflessioni prodotte per la determinazione degli ordini di grandezza dei detti numeri strutturali possano condurre ad utili ricadute per la conoscenza, ad esempio a risultati utilizzabili nelle scelte progettuali.

Il nono capitolo infine ha il carattere di una morbida conclusione. Esso infatti è una semplice elencazione, per sua natura ampiamente

condivisibile, di azioni od operazioni che in qualche modo coinvolgono il senso comune.

In questo capitolo ho inserito anche qualche esempio sul ruolo che svolgono le regole di similitudine. Tali regole dicono che è possibile collocare in un'unica classe più strutture fra loro geometricamente simili e realizzate con lo stesso materiale. In particolare due strutture appartenenti ad una classe così costituita sono governate da relazioni che differiscono fra loro soltanto per potenze del fattore di scala che le collega. Ho proposto questo richiamo per consentire al lettore di sperimentare fino a che punto tali regole possano essere sfruttate nell'apprendimento. Esse indicano infatti una possibile via per un primo accostamento alle quantità.

Accade infatti che si abbiano conoscenze, e si sia capaci di intuizioni, solo con riferimento ad una particolare struttura della classe, ad esempio ad una struttura a scala umana. La regola di similitudine potrà allora fungere da guida nella comprensione e nel progetto di strutture molto più grandi. L'esempio relativo al periodo del pendolo è in tal senso particolarmente significativo.

Infine l'appendice riporta, con le necessarie integrazioni, gli aspetti fondamentali della deduzione sviluppata, nel 1859, da James Clerk Maxwell, con riferimento alla distribuzione più probabile delle velocità molecolari, vista in relazione agli sviluppi più sistematici. Lo scopo è mostrare un esempio geniale di semplificazione e di utilizzo del linguaggio ordinario.