

Ao8  

---

34º

## **Ringraziamenti**

Ringrazio Claudia Casapulla ed Alessandra Maione per la cura che hanno riposto nella revisione del lavoro. Ringrazio la casa Editrice Aracne per la qualità della veste editoriale.

Paolo Jossa

**Linguaggio ordinario e ragionamento  
puro nella meccanica strutturale**



Copyright © MMXI  
ARACNE editrice S.r.l.

[www.aracneeditrice.it](http://www.aracneeditrice.it)  
[info@aracneeditrice.it](mailto:info@aracneeditrice.it)

via Raffaele Garofalo, 133/A-B  
00173 Roma  
(06) 93781065

ISBN 978-88-548-4115-4

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,  
di riproduzione e di adattamento anche parziale,  
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie  
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: giugno 2011

*In ricordo di mio padre*



# Indice

<i>Premessa</i> .....	11
-----------------------	----

## Capitolo I

*Premesse logiche e sviluppi a sostegno di certe definizioni e di certi teoremi della teoria dei campi scalari e vettoriali*

1.1	Definizioni .....	25
1.2	Il gradiente .....	25
1.3	Il flusso di un vettore, l'integrale di linea e la circuitazione di un vettore .....	27
1.4	La descrizione di un campo vettoriale. La divergenza ed il rotore .....	28
1.5	Il teorema del gradiente .....	32
1.6	Il teorema di Green nel piano .....	32
1.7	Il teorema di Stokes .....	33
1.8	Il teorema della divergenza .....	34
1.9	Conclusione .....	34

## Capitolo II

*Logica e buon senso nelle definizioni di certi enti e nelle dimostrazioni di certi teoremi della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni*

2.1	Aspetti di analisi della deformazione .....	35
2.2	Il tensore delle tensioni .....	41
2.3	Esistenza delle tensioni principali .....	42
2.4	Lavoro elementare delle tensioni .....	43
2.5	Il principio dei lavori virtuali .....	43
2.6	Il teorema cinematico del calcolo a rottura .....	45

## Capitolo III

*Logica e ragionamento puro nella soluzione di un problema di Scienza delle Costruzioni*

- 3.1 Lastra piana circolare con piccolo foro circolare in asse ..... 47

## Capitolo IV

*Premesse logiche e sviluppi nella determinazione rapida, con l'ausilio dell'analisi dimensionale, di equazioni, relazioni e leggi della Fisica e della Meccanica strutturale*

- 4.1 Introduzione..... 49
- 4.2 Curve piane..... 53
- 4.3 Moto circolare ..... 55
- 4.4 Flessione semplice della mensola rettilinea a sezione costante con piano di simmetria. .... 57
- 4.5 La seconda legge di Newton ..... 61
- 4.6 L'equazione di Eulero dell'equilibrio dinamico dei fluidi... 63
- 4.7 L'equazione di continuità per i fluidi ..... 64
- 4.8 Moto rotatorio di un corpo rigido intorno ad un asse..... 65
- 4.9 Statica delle funi inestensibili contenute in un piano ..... 68
- 4.10 Vibrazioni ..... 70
- 4.11 Equazione ed espressioni del carico critico in campo elastico di una barra..... 77
- 4.12 Tubi sottili in pressione di lunghezza infinita ..... 81
- 4.13 Membrana sferica in pressione e membrane a doppia curvatura ..... 82
- 4.14 La pulsazione dell'oscillatore elementare ..... 84
- 4.15 Tensione dovuta all'urto di una corrente d'acqua su una parete indefinita..... 85
- 4.16 Anello circolare soggetto a momenti torcenti distribuiti ed uniformi. .... 86
- 4.17 Velocità limite nella caduta libera di un corpo nell'aria ..... 87
- 4.18 Moto uniforme di un liquido in un canale..... 88
- 4.19 Moto stazionario di filtrazione. L'equazione di Laplace ..... 90



## Capitolo V

*Ragionamenti semplici e buon senso nella determinazione di ordini di grandezza in problemi di urto*

- 5.1 Urto di una massa rigida contro un semispazio di sabbia.....93
- 5.2 Urto di una massa rigida contro un semispazio di acciaio....94
- 5.3 Urto di una massa rigida nella mezzeria di una trave in acciaio incastrata agli estremi .....95

## Capitolo VI

*Ordini di grandezza di numeri strutturali e loro implicazioni*

- 6.1 La freccia di una trave appoggiata con sezione a doppia simmetria, soggetta ad un carico uniforme .....97
- 6.2 La trave di lunghezza infinita su suolo elastico soggetta all'azione di una forza concentrata .....98
- 6.3 Il pendolo ..... 101

## Capitolo VII

*Dal senso comune e dalle prime esperienze fino alla soluzione di problemi. Qualche esempio*

- 7.1 Senso comune ed esperienza. Scelte immediate.....103
- 7.2 Senso comune affinato, logica innata ed intuizione. Soluzione di semplici problemi ..... 103
- 7.3 Effetto scala e senso comune. Le regole di similitudine fra modelli .....104
- 7.4 Ragionamento puro e conoscenze pregresse nella ricerca..104
- 7.5 Conclusioni ..... 105

*Bibliografia .....107*



## Le ragioni di questo scritto

È noto che l'inarrestabile tendenza alla specializzazione del sapere, e quindi alla suddivisione in parti sempre più ristrette degli obiettivi della ricerca, ha influito in varia misura sui criteri guida per la formazione nelle Università. Essa infatti ha prodotto, specialmente negli ultimi anni, una progressiva suddivisione e differenziazione sia degli obiettivi della didattica che delle stesse strutture universitarie.

È però anche un dato di fatto che queste tendenze non sono state sempre motivate da nobili esigenze di progresso e di approfondimento. Si pensi, ad esempio al potere di settore che in molti casi è derivato dal proliferare delle Università e dei Corsi di Laurea; alla comoda autonomia che talvolta è stata conquistata con certe frantumazioni dell'unicità di una disciplina in più corsi di insegnamento spesso ricchi di sovrapposizioni; e sull'altro fronte, in particolare nel settore di ricerca cui sono più vicino: al potere che le grandi organizzazioni possono derivare sia dal dilagare di norme tecniche in più casi troppo specifiche, attesi i livelli di precisione consentiti, sia dall'eccessivo complicarsi di procedure a causa di valutazioni probabilistiche, non di rado rese incerte da una forte carenza di dati.

Sappiamo che la differenziazione, se è specializzazione, in particolare se è specializzazione avanzata, non può essere condannata. Non si nega il ruolo delle competenze specifiche. Una cosa sono i comodi separatismi, altra sono le ineludibili necessità. Non intendo quindi schierarmi contro di essa. Del resto ho ben chiaro che il giudizio sull'opportunità o meno di certe suddivisioni è la traduzione, in un ambito ristretto, del più generale e perenne dualismo unicità – molteplicità: una questione che era alla base del pensiero filosofico già al tempo dei presocratici. È allora evidente che una discussione nel tema che cerchi il sostegno di riferimenti generali rischierebbe di tradursi in un impegno inutile e destinato all'insuccesso. Viceversa, nella specificità di una disciplina, il problema come posto presenta a mio parere

molte sfaccettature che meritano di essere richiamate e discusse.

Scelgo quindi di contrastare i frequenti eccessi di formalizzazioni, suddivisioni e specialismi proponendo possibili riduzioni e semplificazioni, con riferimento ad alcuni aspetti di una disciplina specialistica come la Meccanica strutturale delle Facoltà di Ingegneria e di Architettura. In particolare cercherò di specializzare il discorso proponendo, con riferimento ad argomenti e sottoargomenti propedeutici o propri di questa disciplina, alcune ipotesi di trattamento complementari, se non in parte alternative, a quelle tradizionalmente proposte dalla comunità scientifica.

La questione così posta si colloca all'interno del tema più generale della conoscenza di una disciplina universitaria che accoglie molti aspetti formali ed un largo impiego di sviluppi matematici.

In merito il dibattito è aperto, specialmente nei paesi anglosassoni. Espressioni come: “Qualitative reasoning” e “Quantitative reasoning” ricorrono frequentemente nella letteratura specializzata, e non sono soltanto impiegate in Intelligenza Artificiale ed in Tecnologia dell'Informazione<sup>1</sup>. Gli aspetti qualitativi servono anche per indicare percorsi di insegnamento relativi ad argomenti specifici, che si basano sulla valorizzazione delle risorse innate e a disposizione dell'allievo, e sulle conoscenze da lui già acquisite; quelli quantitativi sono anche usati per l'individuazione di tecniche che possano facilitare l'apprendimento di aspetti quantitativi di particolari discipline<sup>2</sup>.

Per parte mia mi schiero nel dibattito con una affermazione pregiudiziale: ogni tecnica di formazione, in questa ed in altre discipline, dovrebbe sempre garantire che sia rispettato il compito primo della ragione: raccogliere i fatti in strutture logiche e selezionare le essenze riassuntive delle varietà dei fatti e degli oggetti. Ciò per un docente, ad esempio, significa che debba sempre essere evitato il rischio che l'allievo non risulti adeguatamente attrezzato (o non sia adeguatamen-

---

<sup>1</sup> Spesso tali espressioni sono impiegate in IA per indicare progetti di software rivolti alla ricerca di tecniche di modellazione per la risoluzione di problemi in condizioni di incertezza e di conoscenza incompleta.

<sup>2</sup> Ad esempio si può sfruttare, per un primo accostamento a un problema, la naturale tendenza degli allievi ad utilizzare legami di proporzionalità, oppure, più in generale, si può cercare di proporre modelli approssimati, fisici o mentali, capaci di servire per la costruzione dei modelli riconosciuti dalla comunità scientifica.

te aiutato) per cogliere la naturalezza e l'unicità della struttura logica che sottende un problema, un teorema od altro, e che non riesca a distinguere fra le due facce, ben diverse fra loro, di certe discipline tecnico-scientifiche: una rappresentata dalla ramificazione e dalla varietà delle procedure e delle formulazioni; un'altra rappresentata dai pochi, e fondamentali, presupposti logici che giustificano le procedure.

Con questa premessa procedo ora ad una nuova restrizione della mia attenzione e preciso ulteriormente il tema di questo scritto.

Scelgo di verificare fin dove è possibile assegnare spazio, nelle specificità della disciplina, al linguaggio ordinario, alla logica innata, all'intuizione, alla normale esperienza ed al senso comune (quest'ultimo con il significato che assume nella conoscenza scientifica). Scelgo in particolare di sperimentare certe possibilità di descrizione, con questi strumenti, di singoli sviluppi, problemi, leggi e teorie *che sono oggetto, o sono supporto della formazione in Meccanica strutturale*. La descrizione talvolta sarà condotta al solo fine di proporre accostamenti intuitivi, altre volte avrà l'ambizione di proporre vere e proprie dimostrazioni. Il tutto sulla base di un presupposto irrinunciabile: *avere sempre la massima cura nel non degradare la qualità e la consistenza del discorso scientifico*.

Questo programma, in linea generale, può produrre arricchimenti di significato in quanto la matematica, per sua natura, è estranea ad ogni forma di realtà, ma dovrà rispettare una precisa condizione. Dovrà ricordare che il linguaggio matematico non è una semplice traduzione in forma scritta del fenomeno fisico, ma ha spesso una sua intrinseca esistenza, per cui è ben diverso da una lingua parlata e pertanto non sempre è traducibile in linguaggio ordinario.

Si può rispondere a questo programma: ma perché queste descrizioni, se nulla osta a concludere uno sviluppo con un riassunto logico in linguaggio ordinario? Tuttavia così, a prescindere da quanto ora detto, si confondono due aspetti. La sintesi conclusiva certamente facilita la comprensione di quanto detto; ma qui l'obiettivo è cercare di cogliere *le strutture logiche, talvolta nascoste dagli sviluppi, che costituiscono il modo stesso di formarsi del discorso scientifico*.

Si può ancora rispondere: lo sviluppo è spesso già sintesi, ed è quanto basta. E qui aggiungo: se, come talvolta accade, è evidenziato soltanto il carattere strumentale di un problema, vi è il rischio che si

perdano il concetto e la razionalità che lo sostengono.

Aggiungo infine che alcuni docenti, in realtà i più convenzionali, tendono talvolta ad utilizzare la stessa matematica, non soltanto come mezzo supremo per governare il mondo della grande ricerca, o come necessario strumento di sintesi e di chiarezza, ma anche come paravento autoprotettivo di aulicità in questioni molto più semplici e principalmente molto concrete, dove *l'obbligo sovrano della ricerca di possibili semplificazioni* deve saper sperimentare le potenzialità di elaborazione fornite dalla logica innata, dal buon senso e dalla comune esperienza.

Torno al concetto ed alla razionalità.

Dice Dewey<sup>3</sup>: «il concetto ha anche la caratteristica di consentire l'anticipazione della soluzione dei problemi». Ed è questa sua proprietà che intendo sostenere. In forma più estesa l'anticipazione del concetto, in quanto si colloca naturalmente a monte delle specificità, non è soltanto espressione di una capacità organizzativa che giova alla comunicazione, ma è anche mezzo che può fornire le ragioni degli sviluppi che seguiranno; anzi spesso è esso stesso risoluzione.

Il punto è allora che le dette forme di elaborazione possono avere ricadute per la conoscenza estremamente efficaci. E ne deriva che spetta a tutti gli specialisti di impegnarsi per verificare se e quando è possibile produrre risultati in questa direzione.

Il carattere, innato nell'uomo, della capacità di elaborare concetti è destinato, per altro verso, a coordinarsi con un'altra dote innata dell'uomo: il senso comune (nell'accezione precedentemente indicata). Ritengo infatti che ragione e senso comune non possano essere seccamente separati. Non sono quindi nella linea di coloro che ritengono che il senso comune, non soltanto non possa giovare alla conoscenza scientifica, ma sia spesso causa di distorsioni. Preferisco viceversa Quine<sup>4</sup>: «La scienza è prolungamento del senso comune», oppure Mach<sup>5</sup>: «Ogni individuo singolo... nel suo crescere fino alla piena coscienza, trova pronta una visione del mondo compiuta che egli non

---

<sup>3</sup> J. DEWEY, *Logica, teoria dell'indagine*, trad. di A. Visalberghi, Einaudi, Torino 1949.

<sup>4</sup> W.V.O. QUINE, *Two dogmas of empiricism*, *Philosophical Review*, vol. LX, n.1, 1951.

<sup>5</sup> E. MACH, *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, collana Universale scientifica Boringhieri, vol. CLXI, Bollati Boringhieri, Torino 1977.

ha deliberatamente contribuito ad edificare. Tutti devono cominciare da qui», ed infine Duhem<sup>6</sup>: «Il presupposto indimostrabile, immediato ed evidente su cui si fonda il potere logico della ragione e che garantisce ogni riflessione razionale è il senso comune».

Il senso comune ha poi la caratteristica di cercare sempre la semplicità e la traduzione fisica dei problemi. Ad esempio, esso cerca di trarre vantaggio dalla attenzione a casi particolari, assumendo che le necessarie generalizzazioni possano essere conquistate con processi di induzione: una delle due grandi vie, per Aristotele, attraverso le quali riusciamo a formare le nostre credenze.

Un aspetto interessante dell'attenzione a casi particolari è nel fatto che spesso essi contengono implicitamente i casi generali. Ne deriva che la conquista, partendo dal particolare, di un risultato di validità generale non comporta in questo caso le incertezze di un vero e proprio processo induttivo, bensì è immediata e certa. Si ha ad esempio una situazione di questo tipo quando il risultato che si ottiene in un problema concreto che contiene il vettore velocità di un fluido può essere esteso, per la genericità del modulo e della direzione di tale vettore, alla dimostrazione di un teorema generale che opera su vettori generici.

Osservo ora che unicità, ragione, concetti, senso comune, traduzione nella realtà ed induzione sono tutte manifestazioni che trovano la loro massima possibilità di espressione nelle innate strutture logiche, per dirla alla Chomsky, del linguaggio ordinario. Ed aggiungo che, pur se è un fatto che i linguaggi specifici sono generalmente considerati strumenti ben più efficaci del linguaggio ordinario nella formazione e nella trasmissione della conoscenza scientifica, è anche certo che abbiamo il dovere di impegnarci a fondo per consentire il *riconoscimento, con il linguaggio ordinario, dei presupposti fondativi delle varie forme di conoscenza*.

Cerco di essere più preciso.

L'atteggiamento che assumo in questo scritto nei riguardi del problema della comprensione, con il soccorso del linguaggio ordinario, di un enunciato matematico o di una definizione, non riguarda le condizioni richieste per la loro validità. Il mio atteggiamento differisce

---

<sup>6</sup> P. DUHEM, *La théorie physique: son objet et sa structure*, Marcel Rivière, Paris 1906.

quindi sia da quello di Frege, per il quale la comprensione del senso di un enunciato equivale alla comprensione delle sue condizioni di verità, sia da quello di Dummett<sup>7</sup>, per il quale la comprensione del senso di un'espressione matematica sta nel controllo delle sue condizioni di asseribilità, cioè nella nostra capacità di giustificare l'asserzione. Il mio interesse è rivolto, più modestamente, ai presupposti degli enunciati e delle definizioni, ed è da intendere come ricerca delle evidenze e delle ragioni semplici e naturali che qualificano la scelta che ha condotto ad essi, specialmente se si tratta di una scelta alternativa ad altre possibilità. Ovviamente questa attenzione alle evidenze ed alle ragioni semplici non può restare un fatto isolato e si ripercuote sull'altra faccia del mio interesse, quella che interviene nei riguardi di una legge, di una teoria e, più in breve, di una relazione o di uno sviluppo. La conseguenza è la ricerca delle possibilità di semplificazione delle relative dimostrazioni. Così si comprende, ad esempio, il mio interesse alla deduzione immediata di una legge o di una relazione con l'analisi dimensionale.

Chiudo il cerchio di quanto ho detto riassumendo le motivazioni che mi guidano in questo scritto con l'osservazione: oggi il modo prevalente di sviluppare la conoscenza, e finanche, potrei dire, il modo di ragionare, rischia sempre di più di differenziarsi, per il prevalere delle specializzazioni, da quello che può chiamarsi "il ragionamento puro". Così intendo un insieme di atti mentali che utilizzano, senza il ricorso a regole specialistiche più o meno codificate, il potere comunicativo della logica innata, del buon senso e della comune esperienza.

Concludo questa prima parte della premessa osservando che la tendenza a cancellare il ruolo del ragionamento puro ha oggi la sua massima espressione in certe discipline applicative, a valle delle discipline di base. Ciò accade poiché in tali discipline il territorio ormai non è più regolato, come accadeva un tempo, da pochi riferimenti che non disturbavano la competenza; ma è viceversa popolato da tutta una serie di disposti normativi, spinti fino al dettaglio; vere e proprie sentinelle che non temono di produrre l'automa, pur di garantire il massi-

---

<sup>7</sup> M. DUMMETT, *Filosofia del linguaggio. Saggio su Frege*, trad. italiana parziale di C. Penco, Marietti, Casale Monferrato 1973.



mo di protezione possibile dall'ignoranza.

E così la linea generale di lavoro è tracciata.

### **Correlazioni con altri lavori**

Uno scritto rivolto all'impiego del linguaggio ordinario, della logica innata, dell'intuizione, dell'esperienza e del senso comune nella formazione in una disciplina scientifica può sperare solo in parte di essere un fatto innovativo. Alcune sue specifiche attenzioni devono quindi essere confrontate con quanto detto da altri autori.

Pertanto, oltre alle citazioni che ho avanzato nella prima parte della premessa, comincio col ricordare un primo filone di ricerche relativo al tema, molto generale, della formazione nelle Università.

In merito molte linee di pensiero concorrono verso l'obiettivo di massimizzare l'attività degli allievi. Si veda ad esempio Tynjälä<sup>8</sup>, dove vari aspetti formali, pratici ed autoregolativi della conoscenza sono raccolti in una posizione cosiddetta *costruttivista*, da intendere come una teoria non unificata, conglomerato di differenti posizioni. La teoria accoglie il lavoro di formazione singolo e di gruppo, ed ha varie articolazioni raccolte nella scelta che l'acquisizione della conoscenza debba essere intesa come un processo di autonoma costruzione, a condanna di ogni atteggiamento di ricezione passiva.

Questa scelta, che ho praticato in aula accompagnandola con pause di riflessione, ha un evidente collegamento con quanto ho precedentemente detto. Infatti l'attività dell'allievo si esplica nella massima misura proprio quando egli è sollecitato ad utilizzare i mezzi di cui dispone, cioè quelli che ho segnalato. Una sollecitazione, aggiungo, che ha successo se si riesce a produrre *autofiducia*, con il riconoscimento della naturalezza e della semplicità di molte questioni.

Un secondo filone di ricerche da ricordare riguarda il ruolo del linguaggio ordinario e del senso comune in Intelligenza Artificiale (IA).

Ad esempio McCarthy<sup>9</sup> concentra la sua attenzione sulle grandi potenzialità del senso comune, classica guida dell'agire umano parallela

---

<sup>8</sup> P. TYNJÄLÄ, *Towards expert knowledge? A comparison between a constructivist and a traditional learning environment in the university*, International Journal of Educational Research, 31, 1999.

<sup>9</sup> J. MCCARTHY, *From here to human-level AI*, Artificial Intelligence 171, 2007.

all'intelligenza, notando peraltro le grandi difficoltà che sussistono quando si cerca di controllarlo. Un fatto evidenziato dalla fondamentale differenza che sussiste fra *bounded informatic situations*, proprie di sistemi esperti con compiti limitati, caratterizzati da grandi successi in IA, e *common sense informatic situations*, dove lo sforzo di individuare e rappresentare il modo di lavorare del cervello umano non ha ancora condotto, e non si sa se mai condurrà, ad applicazioni di livello accettabile.

In proposito l'autore afferma che molti fatti e situazioni sono descritti in modo appropriato in IA soltanto se si assumono a riferimento concetti e teorie capaci di gestire l'approssimazione, euristiche, modi di ragionare elastici e principalmente non monotoni. Come dire che una eccessiva fiducia in rappresentazioni troppo precise può talvolta tradursi in una perdita di controllo, mentre l'approssimazione tende naturalmente a produrre estensioni, con deduzione di conseguenze e fatti da fatti già noti.

Da questo punto di vista l'attenzione che rivolgo alle potenzialità del senso comune nel trattamento di alcuni aspetti della Scienza sembra acquistare un particolare interesse, non fosse altro per le capacità di interconnessione fra situazioni e modelli e fra modelli e modelli, che sono riconosciute a questo patrimonio, in qualche misura, di tutti.

La correlazione che ho proposto con alcuni aspetti dell'IA merita una ulteriore considerazione.

Anche chi non ha alcuna competenza in questa disciplina dovrebbe rendersi conto che sussiste una certa corrispondenza fra le tecniche che in IA sono proposte per la costruzione di modelli formali interpretativi dei modelli mentali del ragionare intorno ai fatti ed alle cose dell'uomo; ed i modi e le tecniche impiegati nell'acquisizione della conoscenza in una disciplina abbastanza formalizzata come la Meccanica strutturale. Per parte mia ne ho conferma osservando che le attenzioni rivolte in Intelligenza Artificiale<sup>10</sup> all'analisi dimensionale ed agli ordini di grandezza corrispondono alle scelte che ho ritenuto di fa-

---

<sup>10</sup> R. BHASKAR, A. NIGAM, *Qualitative physics using dimensional analysis*, Artificial Intelligence, 1990, vol. IV, n. 1-2. K. D. FORBUS, *Qualitative modeling*, Foundation of Artificial Intelligence, 2008, vol. III, pp. 361-393. F. GIUNCHIGLIA, *An epistemological science of common sense*, Artificial Intelligence, 1995, vol. LXXVII, pp.371-392. RAIMAN O., *Order of magnitude reasoning*, Artificial Intelligence, 1991, vol. LI, pp. 11-38.

re, come si vedrà, nel seguito di questo scritto.

Devo poi segnalare che il mio impegno, nei modi indicati, intorno a certi argomenti ed a certi sviluppi della Meccanica strutturale potrebbe sembrare a prima vista in stretto collegamento con gli obiettivi del libro di Levi<sup>11</sup>. Un libro, come scrive l'autore, di "Fisica a servizio della Matematica", cioè di idee tratte dalla Fisica che si prestano a suggerire soluzioni talvolta anche molto semplificate di problemi matematici (dal teorema di Pitagora a problemi di massimo e di minimo, a processi di integrazione, e così via). Ed infatti anch'io in qualche occasione ricorro alla Fisica per conseguire un risultato di validità più generale. Tuttavia Levi è principalmente interessato alle dimostrazioni, non tanto, come me, all'anticipazione, per altre vie, di ragioni, concetti e previsioni.

Chiudo questa seconda parte della premessa con due personali riferimenti. L'impegno più forte che ha preceduto questo mio scritto: il libro<sup>12</sup> dove, come si vede, l'obiettivo che qui perseguo è riassunto nel titolo. E la pubblicazione<sup>13</sup>, dove la evidente carenza di dati per la previsione dei terremoti ha fatto comprendere a noi autori l'importanza che talvolta può assumere l'impiego di formulazioni approssimate e semplici per l'evidenziazione di certi risultati; unica via, ci è sembrato, per giustificare e rendere chiara la proposta avanzata nel lavoro di una strategia di analisi totalmente alternativa a quelle generalmente accettate dalla comunità scientifica.

## Le applicazioni

Le applicazioni che seguono sono divise in sette parti.

La prima parte riguarda alcuni aspetti della teoria dei campi scalari e vettoriali.

Questa scelta è motivata dal fatto che qui è particolarmente presente il rischio che, in facoltà non di Matematica, l'allievo possa subire la

---

<sup>11</sup> M. LEVI, *Mathematical Mechanics*, Princeton University Press, 2009.

<sup>12</sup> P. JOSSA, *Problemi della tecnica delle costruzioni. La naturalezza dei percorsi di conoscenza ed il ruolo del senso comune*, II edizione a cura di C. Casapulla e A. Maione, 2 vol., Aracne Editrice, Roma 2011.

<sup>13</sup> C. CASAPULLA, P. JOSSA, A. MAIONE, *Il moto sotto sisma del blocco murario: analisi per progressiva correzione della risposta in risonanza*, Ingegneria sismica, Anno XXVII, n.4, ottobre-dicembre 2010, pp. 35-48.

rigidezza di alcuni sviluppi, rinunciando ad una preventiva riflessione sulla semplicità e sull'unicità delle strutture logiche che li sostengono, e sulle ragioni che presiedono alla scelta degli strumenti in gioco.

Così mi è parso utile mostrare la naturalezza della definizione di gradiente, e principalmente che la base unica delle varie definizioni e dei vari teoremi relativi ai campi risiede in un due fondamentali concetti, vera ragione dei successivi sviluppi: il concetto di *descrizione*, da intendere come descrizione del primo modo di variare di uno scalare o di un vettore intorno a un punto; ed il concetto di *sommabilità* dei flussi e delle circuitazioni relativi ad aree e volumi elementari. Con il risultato che i teoremi di Green, di Stokes e della divergenza possono essere immediatamente interpretati, anche se sotto certi aspetti più intuitivamente che del tutto a rigore, come semplici conseguenze degli strumenti della descrizione di un campo vettoriale: il flusso e la circuitazione di un vettore.

La seconda parte riguarda certe definizioni e certi teoremi della Scienza e della Tecnica delle Costruzioni.

Qui ho selezionato alcuni aspetti di queste discipline che a mio parere si prestano ad essere affrontati con un diffuso impiego del linguaggio ordinario.

Ovviamente mi è ben chiaro che le scorciatoie che ho provato a percorrere comportano rischi. Ed in verità talvolta, più che dimostrare, tendo a fornire ipotesi che mi sembra non possano essere facilmente negate. È il caso dell'evidente esistenza delle tensioni principali con estensione del risultato a vettori generici; dell'ipotesi sul lavoro delle tensioni basata sulle dimensioni degli enti in gioco; della forza di un esperimento, nel teorema cinematico del calcolo a rottura. Ed è principalmente il caso di certe deduzioni immediate, *per assenza di altre possibilità*. Ed in verità la scelta di basare il discorso sull'esclusione di altre possibilità ricorre più volte in questo lavoro.

La terza parte riguarda un problema di Scienza delle Costruzioni che costituisce un caso limite in quanto si presta ad una pura trattazione logica, senza che occorran sviluppi. Il problema costituisce anche un primo esempio di quanto detto nella quarta parte.

La quarta parte, la più ampia, è rivolta all'impiego dell'analisi dimensionale. Uno strumento che quando utilizzato in modo semplice con strategie adattate ai singoli casi, si presta a mio parere ad eviden-

ziare la naturalezza di certe leggi e relazioni di base della Fisica e della Meccanica strutturale.

In merito è noto che l'analisi dimensionale risulta molto utile per ricavare rapidamente certi ordini di grandezza, sia basandosi sui legami fra i parametri che compaiono nelle formule matematiche, sia appoggiandosi con processi di "scaling" (in seguito ricordati) a certi valori caratteristici. Essa tuttavia non può andare oltre tali determinazioni, in quanto non ha i mezzi per ricavare i coefficienti numerici che intervengono nelle equazioni. Per questa ragione essa è impiegata in modo sistematico soltanto nel trattamento di problemi complessi che non permettono, o che sono ancora lontani dal permettere, soluzioni esatte.

In questo lavoro invece l'analisi dimensionale è prevalentemente impiegata nello studio di problemi semplici per le ragioni che seguono.

Comincio anzitutto con l'osservare che in Fisica e nella Meccanica strutturale molti enti scalari sono ricavati eseguendo operazioni di integrazione e, più in generale, elaborazioni e trasformazioni. Queste operazioni comportano in genere che le formule che li rappresentano siano affette da coefficienti numerici. Ad esempio richiedono integrazioni e contengono un coefficiente numerico sia la formula che esprime la freccia nella mezzeria di una trave, sia l'espressione dell'energia elastica in termini di tensioni o di deformazioni.

Tuttavia non sempre è così. Infatti spesso accade che un ente sia espresso da una relazione che non contiene coefficienti numerici, oppure, se si preferisce, il cui coefficiente numerico è uguale ad uno. Ciò si verifica:

- Salvo eccezioni, quando la relazione è una definizione. Così è una definizione, con classica simbologia, la relazione  $I = A\rho^2$  che esprime il momento d'inerzia di un'area.
- Quando un ente è ottenuto in funzione di altri enti senza elaborazioni ed in assenza di alternative (come può accadere in presenza di più parametri con le stesse dimensioni), ad esplicitazione di legami di equilibrio, di continuità, cinematici ecc. Ciò in genere si verifica quando i parametri in gioco sono localmente od istantaneamente definiti. Ad esempio è così l'espressione della velocità  $v = r\omega$  nel

moto circolare uniforme (si noti che  $\omega$  esprime la rotazione locale del vettore velocità). Non è così per l'espressione della velocità  $v = x\omega\cos(\omega t)$  nel moto armonico, in quanto qui la velocità è funzione del tempo trascorso e deriva dalla soluzione di una equazione differenziale. Né è così per l'espressione  $0,5mv^2$  dell'energia cinetica che deriva da trasformazioni.

- Salvo eccezioni, quando l'ente è presente in un legame di equilibrio o di continuità fra più enti all'ascissa corrente o all'istante generico. Il legame è allora in genere una equazione differenziale di immediata scrittura, che precede le elaborazioni. Ad esempio è tale il prodotto  $kx = -m\ddot{x}$  che esprime la forza statica nell'equazione del moto naturale senza viscosità dell'oscillatore elementare. In questi casi l'analisi dimensionale si dimostra spesso utile per la stessa determinazione dell'equazione, anche se conviene sempre accompagnarla con considerazioni basate sulle leggi generali e su aspetti delle teorie, specialmente quando i segni degli enti in gioco non sono facilmente assegnabili. Quanto detto non sempre vale per equazioni complesse, in particolare per le equazioni alle derivate parziali che derivano da una combinazione di condizioni di continuità e di equilibrio. Ciò accade, ad esempio, con l'equazione di Sofia Germain della piastra rettangolare, dove il termine con derivate miste è preceduto dal coefficiente "due"<sup>14</sup>.

In tutti casi citati l'assenza di un coefficiente numerico comporta che l'analisi dimensionale riesca spesso a fornire risultati esatti con le sue sole forze.

L'analisi dimensionale è caratterizzata da una fase iniziale di scelta dei parametri in gioco che è sostenuta da conoscenze pregresse e dal buon senso scientifico, con piena aderenza agli obiettivi di questo lavoro, in quanto raramente è guidata da regole precise. La scelta è in genere facilitata dalla natura del problema che si affronta. Ad esempio è ben noto che nei legami di equilibrio compaiono solo parametri forze e parametri geometrici.

Per altro verso la metodologia che è propria dell'analisi dimensio-

---

<sup>14</sup> Il coefficiente "due" nell'equazione di Sofia Germain scomparirebbe se si mantenesse la distinzione fra operazioni diverse di derivazione rispetto alle due coordinate  $x$  ed  $y$  che complessivamente conducono alla stessa espressione.

nale abitua a ben strutturare i problemi, con il ricorso, come si vedrà nelle applicazioni, alla distinzione fra parametri indipendenti e parametri dipendenti, fra parametri fissi e parametri variabili, e principalmente con la ricerca, caso per caso, dell'impostazione più efficace per la risoluzione di un problema.

Ecco esposta la prima ragione dell'impiego dell'analisi dimensionale in questo lavoro.

La seconda ragione del suo impiego deriva dal fatto che l'analisi dimensionale abitua a sviluppare proprio quello che ho chiamato il ragionamento puro. Con essa infatti sono proprio l'intuizione fisica, la logica, il buon senso e principalmente la già detta constatazione di *assenza di alternative* che giocano spesso un ruolo significativo, a costruzione delle premesse logiche che sottendono molti aspetti specifici di una teoria. È quanto in particolare accade, come ho già detto, nella individuazione e nella organizzazione dei parametri in gioco.

Ovviamente, è bene ricordarlo, l'analisi dimensionale deve essere sempre intesa come un semplice strumento di ausilio alla teoria. Un fatto del resto ovvio, se non si vogliono rischiare perdite di significato e pericolosi automatismi. Pertanto, se spesso accade in questa quarta parte che la teoria sia nascosta, ciò deriva unicamente dall'esigenza che avevo di mostrare, come è nel tema, le potenzialità dell'analisi dimensionale.

D'altra parte vedremo che non sempre l'analisi dimensionale è applicabile con certezza di risultati. Basta osservare che non mi è stato possibile inquadrare in un insieme di regole che non comportino eccezioni le situazioni precedentemente indicate nelle quali i coefficienti numerici sono assenti.

La quinta parte evidenzia con alcuni esempi come cresca il ruolo del comune ragionamento e del buon senso quando ci si occupi della fondamentale questione degli ordini di grandezza. Un fatto che ho già ricordato con riferimento all'Intelligenza Artificiale. Gli esempi sviluppati sono relativi ad alcune tipologie di urto.

La sesta parte affronta lo studio di alcune relazioni della Fisica e della Meccanica strutturale le quali, essendo frutto di elaborazioni, hanno per quanto detto coefficienti numerici (qui detti *numeri strutturali*) diversi da uno.

Lo studio intende evidenziare ancora una volta il ruolo del ragio-

namento puro. Si mostra come le riflessioni prodotte per la determinazione degli ordini di grandezza dei detti numeri strutturali possano condurre ad utili ricadute per la conoscenza, ad esempio a risultati utilizzabili nelle scelte progettuali.

La settima parte infine è una semplice elencazione di esempi di azioni od operazioni che in qualche modo coinvolgono il senso comune.

All'interno di questa parte ho inserito anche qualche esempio sul ruolo che svolgono le regole di similitudine. Tali regole dicono che è possibile collocare in un'unica classe più strutture fra loro geometricamente simili e realizzate con lo stesso materiale. In particolare due strutture appartenenti ad una classe così costituita sono governate da relazioni che differiscono fra loro soltanto per potenze del fattore di scala che le collega. Ho proposto questo richiamo per consentire al lettore di sperimentare fino a che punto tali regole possano essere sfruttate dalla logica innata e dal senso comune. E l'ho fatto per indicare una possibile via per un primo accostamento degli allievi alle quantità. Accade infatti che gli allievi abbiano conoscenze, e siano capaci di intuizioni, solo con riferimento ad una particolare struttura della classe, ad esempio ad una struttura a scala umana. La regola di similitudine potrà allora guidarli nella comprensione e nel progetto di strutture molto più grandi. L'esempio relativo al periodo del pendolo è in tal senso particolarmente significativo.