

Il moto dei corpi

Luciano Mistura

Il moto dei corpi



Copyright © MMIV
ARACNE editrice S.r.l.

via Raffaele Garofalo, 133 A/B
00173 Roma
06 72672222 – telefax 72672233
www.aracne-editrice.it
info@aracne-editrice.it

ISBN 88-7999-686-X

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: marzo 2004

INDICE

- 1 Introduzione

- 3 Capitolo I
 Grandezze fisiche e unità di misura

- 17 Capitolo II
 Cinematica

- 59 Capitolo III
 Dinamica del punto materiale

- 93 Capitolo IV
 Nozioni generali della dinamica dei corpi estesi

- 107 Capitolo V
 Dinamica dei solidi (in preparazione)

INTRODUZIONE

L'esperienza comune ci mostra che *la variazione dello stato di moto* di un corpo è conseguenza delle sue *interazioni* con i corpi circostanti. Basta pensare al moto impresso in una palla da biliardo in seguito all'urto con la stecca, con un'altra palla o con una sponda.

*La scienza che studia il moto dei corpi come conseguenza delle loro reciproche interazioni è la **meccanica***. Si usa comunemente dividerla in ***cinematica**, **dinamica** e **statica***.

La cinematica ha lo scopo preliminare di descrivere quantitativamente il moto dei corpi a prescindere dalle cause che lo hanno determinato.

Lo studio del moto di un corpo, visto come conseguenza delle sue interazioni con i corpi circostanti (*forze*), è compito della dinamica.

La statica studia sotto quali condizioni le interazioni fra i corpi possono produrre uno *stato di quiete* o, come anche si dice di *equilibrio*.

La ***meccanica classica** o **newtoniana*** descrive in maniera molto soddisfacente i fenomeni di moto in "circostanze ordinarie", cioè quando è applicata a problemi di ingegneria o di fisica in cui sono soddisfatte le due condizioni seguenti:

a) le velocità relative fra i corpi sono piccole rispetto alla velocità della luce nel vuoto ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s);

b) non sono coinvolti corpi di dimensioni atomiche (10^{-10} m) o nucleari (10^{-15} m).

Poiché velocità prossime alla velocità della luce sono raggiungibili in laboratorio solo per particelle molto piccole, in pratica queste due condizioni spesso si sovrappongono, tuttavia esse sono distinte sul piano teorico nel senso che: nei casi in cui non è soddisfatta la condizione a), la meccanica classica deve essere sostituita dalla ***meccanica relativistica***, mentre quando non è soddisfatta la b) la meccanica classica va sostituita dalla ***meccanica quantistica***, che, a sua volta, si divide in ***classica***, per velocità delle particelle piccole rispetto alla velocità della luce, e ***relativistica***. La ***meccanica quantistica relativistica*** rappresenta, allo stato attuale delle nostre conoscenze, la descrizione più accurata dei moti delle particelle atomiche e subatomiche e delle loro interazioni; si riduce inoltre alla meccanica classica nel caso che siano soddisfatte le condizioni a) e b).

Nel seguito ci limiteremo ad esporre i principi fisici della meccanica newtoniana illustrandoli con semplici applicazioni. A questo scopo è sembrato opportuno introdurre un capitolo preliminare per descrivere le regole che devono essere seguite nell'uso delle grandezze fisiche.

CAP. I. GRANDEZZE FISICHE E UNITA' DI MISURA

La descrizione quantitativa dei fenomeni, caratteristica della fisica moderna, è possibile grazie all'uso delle *grandezze fisiche*. Le *leggi fisiche* sono espresse da relazioni, più o meno complesse, dal punto di vista matematico, fra grandezze fisiche. Lo scopo di questo capitolo è dare la definizione di grandezza fisica e introdurre alcuni concetti relativi a questa nozione, quali *misura, unità di misura, campioni, sistemi di unità di misura, il Sistema Internazionale di unità (SI), dimensioni*. La scienza che si occupa della misurazione delle grandezze, con particolare riguardo alla conservazione dei campioni, è la *metrologia*.

I) La fisica e il metodo scientifico

In questo paragrafo cercheremo di dare una risposta, sia pure in termini generali, alla domanda: *che cos'è la fisica?* E' bene chiarire subito che è impossibile dare oggi una definizione della *fisica* che ne fissi nettamente i limiti e le caratteristiche distintive rispetto ad altre scienze, quali la *biologia*, la *matematica*, la *chimica*, la *geologia*, ecc. com'è mostrato dal fatto che esistono oggi altrettante scienze di confine come la *biofisica*, la *fisica-matematica*, la *chimica-fisica*, la *geofisica*, tanto che si parla spesso di *scienze fisiche*, al plurale, piuttosto che semplicemente di un'unica scienza: la *fisica*.

Può essere utile, tuttavia, iniziare con un breve raffronto tra il significato antico e moderno del termine, per ricavarne una caratterizzazione, non tanto della fisica, quanto del *metodo scientifico moderno* che dalla fisica ha avuto origine.

La parola "fisica" deriva dal greco ed è entrata nell'uso con Aristotele (384-322 a.c.) il quale l'usava per indicare quelle dottrine, ricerche o persone che si occupavano della $\varphi\upsilon\sigma\iota\zeta$ (physis), vale a dire, della natura.

La *fisica aristotelica* è essenzialmente una teoria del moto dei corpi che si avvale dell'*osservazione diretta* dei fenomeni naturali e mira a una loro *descrizione semplicemente qualitativa*.

Aristotele sosteneva, per esempio, che più un corpo è pesante e più grande è la sua velocità di caduta, come sembra essere confermato dall'osservazione diretta della caduta di una piuma e di una pallina di piombo. Per valutare correttamente il significato di questa affermazione, nell'ambito della fisica aristotelica, occorre tener presente che per Aristotele lo studio del moto dei corpi ha un carattere marcatamente filosofico, finalizzato alla conferma di certi principi assunti *a priori*, quale, per esempio, l'*impossibilità dello spazio vuoto*.

Lo scopo della fisica moderna è completamente diverso. Per noi lo studio del moto dei corpi deve portare a una *descrizione quantitativa*, atta a predire l'andamento dei fenomeni. Non è tanto nelle singole affermazioni sul moto dei corpi, che vanno ricercate le differenze tra la fisica antica e la fisica moderna, ma piuttosto negli scopi e nel metodo. Da questo punto di vista, non ha per noi maggior valore l'affermazione di Epicuro (341-271 a.c.), anche se è corretta, che tutti i corpi cadono nel vuoto alla stessa velocità, poiché, anche in questo caso, si tratta dell'affermazione di un

principio filosofico, opposto a quello aristotelico citato sopra, vale a dire l'*esistenza dello spazio vuoto*, necessario per lo sviluppo della teoria atomica epicurea.

La nascita della fisica, come scienza moderna, si può far risalire al 1600 e, in particolare, all'opera di Galileo Galilei (1564-1642). La caratteristica della *fisica galileiana* è l'impostazione metodologica: lo scopo della fisica non è quello di penetrare l'essenza della natura, ma quello di descrivere i fenomeni in maniera quantitativa, così da darne una conoscenza riproducibile e utilizzabile dalle scienze applicate come l'*ingegneria*.

A questo scopo non è sufficiente l'osservazione immediata dei fenomeni, ma occorre seguire un *metodo sperimentale* consistente nell'osservazione dei fenomeni in situazioni predisposte e semplificate in modo da renderne possibile una descrizione quantitativa. Ciò permette:

- 1) la formulazione di *ipotesi* e *teorie* che, estrapolando i risultati dei singoli esperimenti, siano applicabili a una vasta classe di fenomeni;
- 2) il controllo sperimentale delle conseguenze delle teorie.

A titolo d'esempio riportiamo la descrizione del celebre esperimento compiuto da Galilei, lasciando cadere corpi di materiali diversi dalla Torre di Pisa:

“La variazione di velocità in aria fra sfere d'oro, piombo, rame, porfido e altri materiali pesanti è così piccola che in una caduta di 100 cubiti (\cong 46 m) una sfera d'oro non supererebbe una sfera di rame per più di quattro dita.”

Sulla base di questi risultati sperimentali Galilei formula l'ipotesi:

“Avendo osservato ciò sono giunto alla conclusione che in un mezzo che non offra alcuna resistenza tutti i corpi cadrebbero con la stessa velocità.”

Il controllo sperimentale dell'ipotesi galileiana fu eseguito da Isacco Newton (1642-1726) il quale ripeté gli esperimenti galileiani facendo cadere i corpi in un tubo nel quale era stato, preventivamente, praticato il vuoto (tubo di Newton). In tal modo egli poté verificare che, effettivamente, una piuma e una pallina di piombo arrivano in fondo al tubo nello stesso tempo. In tempi recenti (1971) l'astronauta David Scott ripeté l'esperimento galileiano sulla Luna, facendo cadere una piuma e un martello da geologo e constatò che, nei limiti delle sue osservazioni, essi toccarono la superficie lunare allo stesso istante.

Si vede quindi che il *metodo scientifico moderno* consiste in un continuo alternarsi di osservazioni, condotte secondo il *metodo sperimentale*, e di *teorie* verificabili sperimentalmente. I successi ottenuti con questo metodo nell'ambito della fisica giustificano la tendenza in atto, da parte di altre scienze, a adottare la stessa impostazione.

II) Definizione delle grandezze fisiche

La nozione di *grandezza fisica* è un'estensione della nozione di *grandezza geometrica*. Le grandezze geometriche sono la *lunghezza*, l'*angolo* (*piano* e *solido*), l'*area* e il *volume* e consentono di esprimere le proprietà geometriche dei corpi suscettibili di una definizione quantitativa. Per esempio la *forma* di un corpo, pur essendo una sua proprietà geometrica, non può essere espressa quantitativamente.

In generale si dice che una proprietà dei corpi o dei fenomeni individua una *classe di grandezze fisiche omogenee* o *della stessa specie* se sono verificate le seguenti circostanze:

- 1) due qualunque grandezze della classe possono essere confrontate fra loro per verificarne l'uguaglianza o, in caso contrario, quale delle due sia la maggiore; questa proprietà giustifica l'uso del termine "grandezza" per indicare gli elementi della classe;
- 2) sono definite fra gli elementi della classe le operazioni di addizione e sottrazione con le usuali proprietà formali (commutatività e associatività);
- 3) scelta *arbitrariamente* una grandezza u della classe, detta *unità di misura*, ogni altra grandezza a , appartenente alla stessa classe, si può esprimere nella forma

$$a = \alpha \cdot u \quad (\text{II. 1})$$

in cui α è un numero reale.

Questa definizione implica che, per ogni specie di grandezze, siano stabilite le *operazioni*, che devono essere compiute con determinati *strumenti di misurazione*, per:

- 1') confrontare fra loro due grandezze della stessa classe. Questa operazione stabilisce la specie delle grandezze, nel senso che grandezze della stessa specie possono essere confrontate fra loro mentre grandezze di specie diversa no;
- 2') aggiungere o sottrarre le grandezze di una stessa specie;
- 3') determinare il numero reale α una volta scelta arbitrariamente l'unità di misura u . Questa operazione si chiama *misurazione* della grandezza a e il numero che ne risulta la *misura* o *valore* di a rispetto all'unità di misura u .

Esempio 1.

La *forma* di un corpo è una sua proprietà che non dà luogo ad una classe di grandezze fisiche omogenee, perché dati due corpi di forma diversa non è possibile stabilire delle operazioni per determinare quale dei due ha forma maggiore.

Esempio 2.

Il *volume* di un corpo è una sua proprietà che dà luogo a una classe di grandezze fisiche omogenee perché, com'è noto dalla geometria elementare, i volumi dei corpi possono essere fra loro confrontati, addizionati e misurati rispetto a un'unità di misura arbitrariamente scelta, mediante operazioni geometriche ben definite.

Esempio 3.

Il *volume* $V = 90 \text{ m}^3$ di una cisterna è una grandezza fisica, 90 ne è la *misura* o *valore*, rispetto al volume m^3 (metro cubo) che è l'*unità di misura*.

Riepilogando possiamo dire che *una grandezza fisica è ogni elemento di una classe di grandezze fisiche omogenee* e si esprime come il prodotto di un valore numerico, la misura della grandezza, per un simbolo che rappresenta l'unità, schematicamente

grandezza fisica = valore numerico · simbolo

Osservazione 1. Comunemente si chiama grandezza fisica non solo un elemento di una classe di grandezze fisiche omogenee ma anche l'intera classe. Così si dice che la lunghezza è una grandezza fisica, il volume è una grandezza fisica, ecc..

III) Alcune proprietà delle misure

In base alla terza delle proprietà caratteristiche di una classe di grandezze, fissando l'unità di misura, si stabilisce una corrispondenza biunivoca fra le grandezze della classe e i numeri reali che ne rappresentano le misure. Questa corrispondenza gode delle seguenti proprietà:

- 1) il valore dell'unità di misura è 1: questa proprietà giustifica il nome dato ad u ;
- 2) la misura di una grandezza dipende dalla scelta dell'unità;
- 3) grandezze uguali hanno uguali misure rispetto alla stessa unità;
- 4) la misura della somma di due grandezze, misurate rispetto alla stessa unità, è pari alla somma delle misure.

A proposito della 2) sorge il problema di determinare la relazione che intercorre fra le misure di una stessa grandezza a rispetto a due diverse unità u e u' . Siano α e α' le misure di a rispetto a u e u' , si abbia cioè

$$a = \alpha \cdot u \qquad a = \alpha' \cdot u \qquad \text{(III. 1)}$$

D'altra parte u' , in quanto appartenente alla stessa classe di u , può essere misurata rispetto ad u e viceversa. Se k è la misura di u' rispetto ad u e quindi $1/k$ la misura di u rispetto a u' si ha

$$u' = k \cdot u \qquad u = (1/k) \cdot u' \qquad \text{(III. 2)}$$

Sostituendo le (2) nelle (1) si ottiene

$$a = \alpha' \cdot (k \cdot u) = (\alpha' k) \cdot u \qquad a = \alpha \cdot [(1/k) \cdot u'] = (\alpha/k) \cdot u' \qquad \text{(III. 3)}$$

e confrontando con le (1) si ha

$$\alpha = k\alpha' \qquad \alpha' = \alpha/k \qquad \text{(III. 4)}$$

Le relazioni fra unità di misura del tipo delle (2) sono dette *relazioni di conversione* e i numeri k e $1/k$ che vi compaiono sono detti *fattori di conversione*, in quanto consentono di convertire la misura di una grandezza rispetto a una certa unità nella misura della stessa grandezza rispetto a un'altra unità.

Esempio 1.

La lunghezza d della diagonale di uno schermo televisivo è una grandezza fisica che, convenzionalmente, è misurata assumendo come unità il *pollice* (in) (dall'inglese *inch*). Per uno schermo da 24 pollici si ha

$$d = 24 \text{ in} \quad (\text{III. 5})$$

24 è la misura di d in pollici. Vogliamo determinare la misura di d in centimetri (cm). A questo scopo utilizziamo la relazione di conversione

$$\text{in} = 2.54\text{cm} \quad (\text{III. 6})$$

in cui 2.54 è il fattore di conversione k . Sostituendo la (6) nella (5) si ha

$$d = 24(2.54\text{cm}) = (24 \cdot 2.54)\text{cm} = 60.96\text{cm} \quad (\text{III. 7})$$

Esempio 2.

La nozione di grandezza è usata comunemente anche fuori dell'ambito della fisica, per esempio in economia. Il *prezzo* delle merci costituisce un esempio di classe di grandezze omogenee. Il prezzo p di un kilo di pane è una grandezza della classe che può essere misurata in diverse unità. Se si usa come unità la lira (L) si ha

$$p = 4000\text{L} \quad (\text{III. 8})$$

4000 è la misura di p in lire. Vogliamo determinare la misura di p in euro (€). A questo scopo utilizziamo la relazione di conversione

$$\text{L} = (1/1936.27) \text{ €} \quad (\text{III. 9})$$

Sostituendo la (9) nella (8) si ha

$$p = 2.07 \text{ €} \quad (\text{III. 10})$$

Osservazione 1. Gli esempi precedenti mostrano che, usando unità di misura diverse, dall'uguaglianza delle grandezze non segue quella delle misure.

Osservazione 2. L'arbitrarietà nella scelta dell'unità di misura può essere convenientemente sfruttata per ottenere che le misure delle grandezze siano espresse da numeri né troppo grandi né troppo piccoli. Per esempio le lunghezze delle strade sono espresse convenientemente usando come unità di misura il kilometro (km), le dimensioni degli atomi e delle molecole sono spesso espresse in *angstrom* (Å) = 10^{-10} m, mentre le distanze interplanetarie sono espresse in *unità astronomiche* (U. A.). L'unità astronomica è definita dalla distanza media Terra- Sole, si ha quindi la relazione di conversione

$$(U. A.) = 149.5985 \cdot 10^6 \text{ km}$$

(III. 11)

IV) Relazioni fra grandezze: unità derivate, dimensioni

Nel paragrafo precedente abbiamo considerato soltanto le operazioni che si possono eseguire su grandezze della stessa specie, vogliamo ora prendere in esame operazioni fra grandezze di specie diversa, vale a dire *operazioni fra classi di grandezze*. Queste operazioni si presentano in maniera naturale, sia per *definire* nuove grandezze fisiche, sia per esprimere relazioni fra grandezze messe in evidenza dall'indagine sperimentale o teorica dei fenomeni fisici. La ricerca di queste relazioni (*leggi fisiche*) costituisce lo scopo fondamentale della fisica.

Esempio 1: definizione della velocità scalare media

La velocità scalare media v , di un corpo che si muove lungo una traiettoria assegnata, è definita dal rapporto fra la lunghezza s del tratto di traiettoria percorso e la durata t dell'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo, in simboli

$$v = s/t \quad (\text{IV. 1})$$

Questa definizione dà significato al rapporto di due grandezze di specie diversa (s e t) e può essere trattata come una comune relazione algebrica. Per esempio la (1) si può risolvere rispetto a s scrivendo

$$s = v \cdot t \quad (\text{IV. 2})$$

che si legge: la lunghezza s del tratto di traiettoria percorso è uguale al prodotto della velocità scalare media v per la durata t dell'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo. La (2) fornisce un esempio del prodotto di due grandezze di specie diversa.

Esempio 2: la legge di Boyle

A temperatura costante, il prodotto del volume V di una data quantità d'aria per la pressione p cui è sottoposta è costante, in simboli

$$p \cdot V = c \quad (\text{IV. 3})$$

Questa legge dà significato al prodotto di due grandezze di specie diversa (p e V) e può essere trattata come una comune relazione algebrica. Per esempio si può risolvere rispetto a V scrivendo

$$V = c/p \quad (\text{IV. 4})$$

che si legge: a temperatura costante, il volume V di una data quantità d'aria è inversamente proporzionale alla pressione cui è sottoposta.