

Giulio Campanella

CURVE E SUPERFICI DIFFERENZIABILI

ESERCIZI SVOLTI



Copyright © MMIII, ARACNE EDITRICE S.R.L.

00173 Roma, via R. Garofalo, 133 A-B
tel. (06) 72672222 telefax 72672233

ISBN 978-88-7999-281-7

www.aracne-editrice.it
info@aracne-editrice.it

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

I edizione: settembre 2000

II edizione: marzo 2003

INDICE

<i>Prefazione</i>	7
PREREQUISITI	
CAPITOLO 0. <i>Richiami sulle applicazioni differenziabili</i>	9
ESERCIZI DEL CAPITOLO 0	12
CURVE DIFFERENZIABILI	
CAPITOLO 1. <i>Generalità sulle curve differenziabili</i>	17
ESERCIZI DEL CAPITOLO 1	23
CAPITOLO 2. <i>Parametrizzazione naturale di una curva</i>	34
ESERCIZI DEL CAPITOLO 2	38
CAPITOLO 3. <i>Curvatura e torsione. Il triedro di Frenet</i>	45
ESERCIZI DEL CAPITOLO 3	50
CAPITOLO 4. <i>Evolute ed evolventi</i>	65
ESERCIZI DEL CAPITOLO 4	68
CAPITOLO 5. <i>Curve piane in coordinate polari</i>	75
ESERCIZI DEL CAPITOLO 5	78
CAPITOLO 6. <i>Teorema di rigidità per le curve regolari</i>	89
ESERCIZI DEL CAPITOLO 6	97
CAPITOLO 7. <i>Curve piane classiche</i>	103
ESERCIZI DEL CAPITOLO 7	106
SUPERFICI DIFFERENZIABILI	
CAPITOLO 8. <i>Generalità sulle superfici differenziabili</i>	133
ESERCIZI DEL CAPITOLO 8	137
CAPITOLO 9. <i>Esempi di superfici differenziabili (I)</i>	143
ESERCIZI DEL CAPITOLO 9	152
CAPITOLO 10. <i>Esempi di superfici differenziabili (II)</i>	159
ESERCIZI DEL CAPITOLO 10	162
CAPITOLO 11. <i>Esempi di superfici differenziabili (III)</i>	169
ESERCIZI DEL CAPITOLO 11	174
CAPITOLO 12. <i>Piano tangente. Funzioni differenziabili su una superficie differenziabile</i>	183
ESERCIZI DEL CAPITOLO 12	187
CAPITOLO 13. <i>Applicazioni differenziabili tra superfici differenziabili</i>	195
ESERCIZI DEL CAPITOLO 13	197
CAPITOLO 14. <i>La prima forma quadratica fondamentale</i>	207
ESERCIZI DEL CAPITOLO 14	210

CAPITOLO 15. <i>Isometrie</i>	225
ESERCIZI DEL CAPITOLO 15	229
CAPITOLO 16. <i>Orientazione di superfici differenziabili</i>	233
ESERCIZI DEL CAPITOLO 16	235
CAPITOLO 17. <i>La seconda forma quadratica fondamentale</i>	239
ESERCIZI DEL CAPITOLO 17	242
CAPITOLO 18. <i>Curvature e linee di curvatura</i>	251
ESERCIZI DEL CAPITOLO 18	255
CAPITOLO 19. <i>Classificazione dei punti di una superficie differenziabile</i>	265
ESERCIZI DEL CAPITOLO 19	267
CAPITOLO 20. <i>Direzioni e linee asintotiche</i>	283
ESERCIZI DEL CAPITOLO 20	286
CAPITOLO 21. <i>Rigate sviluppabili</i>	303
ESERCIZI DEL CAPITOLO 21	307
CAPITOLO 22. <i>'Theorema Egregium' e teorema di rigidità</i>	313
ESERCIZI DEL CAPITOLO 22	317
<i>Indice degli esercizi</i>	321
<i>Bibliografia</i>	325

PREFAZIONE

Gli oltre 160 esercizi raccolti in questo libro sono stati proposti agli studenti di *Geometria II* del *Corso di Laurea in Matematica*, presso l'Università 'La Sapienza' di Roma, in diversi anni accademici degli ultimi dieci anni.

Si tratta quindi di esercizi piuttosto semplici, adatti a studenti del secondo anno, che affrontano per la prima volta lo studio della Geometria Differenziale, ma che abbiano assimilato gli argomenti di Analisi Matematica e di Algebra Lineare usualmente insegnati al primo anno di corso; è inoltre opportuna la conoscenza dei primi elementi di Topologia e di Calcolo Differenziale in più variabili.

Gli esercizi sono suddivisi in 23 capitoli e ciascun capitolo è preceduto da un riassunto in cui vengono sinteticamente presentati le definizioni e i risultati (quasi tutti dimostrati), a cui gli esercizi che seguono fanno riferimento. Una lettura attenta di queste pagine potrà quindi essere utile allo studente, sia per chiarirgli le notazioni adottate, sia come supporto al libro di Geometria Differenziale da lui utilizzato. Desidero segnalare che il testo a cui mi sono più riferito nella scelta e presentazione degli argomenti è quello di M. P. do Carmo (cfr. Bibliografia), a cui rimando per ulteriori approfondimenti.

I disegni che accompagnano gli esercizi sono stati eseguiti utilizzando *Mathematica* e sono stati poi ritoccati con *Adobe Illustrator*.