ESEMPI DI ARCHITETTURA

Spazi di riflessione

3

La collana editoriale Esempi di Architettura nasce per divulgare pubblicazioni scientifiche edite dal mondo universitario e dai centri di ricerca, che focalizzino l'attenzione sulla lettura critica dei progetti. Si vuole così creare un luogo per un dibattito culturale su argomenti interdisciplinari con la finalità di approfondire tematiche attinenti a differenti ambiti di studio che vadano dalla storia, al restauro, alla progettazione architettonica e strutturale, all'analisi tecnologica, al paesaggio e alla città.
Le finalità scientifiche e culturali del progetto EDA trovano le ragioni nel pensiero di Werner Heisenberg Premio Nobel per la Fisica nel 1932.

> … È probabilmente vero, in linea di massima, che nella storia del pensiero umano gli sviluppi più fruttuosi si verificano spesso nei punti d'interferenza tra diverse linee di pensiero. Queste linee possono avere le loro radici in parti assolutamente diverse della cultura umana, in diversi tempi ed in ambienti culturali diversi o di diverse tradizioni religiose; perciò, se esse veramente si incontrano, cioè, se vengono a trovarsi in rapporti sufficientemente stretti da dare origine ad un'effettiva interazione, si può allora sperare che possano seguire nuovi ed interessanti sviluppi.

Spazi di riflessione

La sezione Spazi di riflessione della collana EdA, Esempi di Architettura, si propone di contribuire alla conoscenza e alla diffusione, attraverso un costruttivo confronto di idee e di esperienze, di attività di ricerca interdisciplinari svolte in ambito sia nazionale che internazionale. La collana, con particolare attenzione ai temi della conservazione del patrimonio costruito nonché dell'evoluzione del processo costruttivo anche in ambito ingegneristico, è finalizzata ad approfondire temi teorici e metodologici propri della progettazione, a conoscere i protagonisti promotori di percorsi evolutivi nonché ad accogliere testimonianze operative e di attualità in grado di apportare validi contributi scientifici. Le attività di ricerca accolte nella collana EdA e nella sezione Spazi di riflessione possono essere in lingua straniera.

Giancarlo Melchiorri

Aracne "LA TECNICA DEL RAGNO"

Geometrie per costruire con le esatte proporzioni

dei Metodi Originari

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

via Raffaele Garofalo, 133/A–B
00173 Roma
(06) 93781065

ISBN 978-88-548-5780-3

I edizione: gennaio 2013

Indice

Prefazione 9

Antefatto 13

Introduzione 15

I Capitolo
Applicabilità 17

II Capitolo
Riferimenti 23

III Capitolo
Gli argomenti 27

IV Capitolo
Le origini della geometria 29

V Capitolo
Costruzione del sistema di riferimento unitario
per il proporzionamento delle figure geometriche 37

VI Capitolo
Riflessioni riguardo il sistema di riferimento unitario
per il proporzionamento delle figure geometriche 41

VII Capitolo
Immagine della retta e della circonferenza 45

VIII Capitolo
Costruzione di figure geometriche in proporzione
al sistema di riferimento unitario

Proporzionamento del triangolo equilatero e del quadrato 53

Proporzionamento del pentagono regolare 54

Proporzionamento dell'esagono regolare 55

Proporzionamento dell'eptagono (ettagono) regolare 56

Proporzionamento dell'ottagono regolare 57

Proporzionamento dell'ennagono regolare 58

Proporzionamento del decagono regolare 59

Proporzionamento dell'endecagono regolare 60

Proporzionamento del dodecagono regolare 60

Proporzionamento del tridecagono regolare 61

Proporzionamento del pentadecagono regolare 61

Indice

Proporzionamento dell'esadecagono regolare 61

Proporzionamento dell'eptadecagono regolare 61

IX Capitolo
Metodi per la costruzione di alcuni triangoli rettangoli caratteristici 65

X Capitolo
Generalità riguardo la metodologia per la verifica numerica del proporzionamento dei poligoni regolari iscritti nella circonferenza unitaria disegnati con costruzione geometrica innovativa 69

Verifiche numeriche del proporzionamento dell'eptadecagono poligono regolare iscritto nella circonferenza unitaria

Prima verifica effettuata con raggio unitario 77

Seconda verifica con raggio doppio dell'unità 85

Bibliografia 95

Elenco allegati 98

Prefazione

Sono onorato che l'amico arch. Giancarlo Melchiorri mi abbia chiesto di scrivere una breve prefazione al presente volume. L'onore è dovuto a duplice motivo: sia alle caratteristiche umane, professionali e cristiane dell'autore, sia alla qualità della sua riflessione, esposta nelle pagine di questo saggio.

Ho fatto presente sin dall'inizio all'arch. Melchiorri che non possiedo la competenza per entrare nel merito del suo studio in maniera particolareggiata ed analitica. Ne comprendo, tuttavia, il valore complessivo, perché lo studio di Melchiorri non espone semplicemente conclusioni in ambito geometrico, ma inserisce lo studio scientifico all'interno di una visione più ampia, collegando le indicazioni di questo saggio non solo al contesto esistenziale da cui sono scaturite (si veda quanto l'autore riporta nell'Antefatto), ma anche e soprattutto alla necessità di accostarsi anche alle discipline più complesse con occhi semplici. In questo sta uno dei motivi di apprezzamento del presente lavoro: al rigore del calcolo si unisce – e anzi precede – la sapienza della semplicità di visione sul mondo, sull'uomo e sull'agire dell'uomo nel mondo e sul mondo.

Nel cristianesimo, che pure a volte è difficile da vivere, ogni cosa risulta in fondo semplice. È facile, perciò, anche comprendere la semplicità di visione che è necessario sviluppare nella vita. Il cristiano deve, in un certo modo, percorrere a ritroso il sentiero della creazione, che va dal semplice al complesso. Egli deve convertirsi, ossia fare marcia indietro, e andare dalla complessità alla semplicità. I teologi classici hanno insegnato che, tra tutti gli enti, anzi – per meglio dire – al di sopra di tutti gli enti, Dio è l'Essere semplicissimo. Mentre nell'ente creato si incontra la composizione di atto e potenza, spirito e materia, sostanza e accidenti, ragione e volontà, in Dio tutto ciò non sussiste. In Lui essenza ed esistenza coincidono. Sostanza, Ragione, Amore, Libertà, Necessità… in Dio tutto è Uno, eccetto ciò che identifica le Persone trinitarie. L'essenza divina è semplicissima. Perciò Dio è assolutamente semplice. Coloro che adorano il vero Dio rivelato in Gesù Cristo, dunque, imparano – come ricordava il noto teologo novecentesco Hans Urs von Balthasar – a guardare le cose "con occhi semplici". Balthasar usa il sostantivo tedesco Einfaltung, che si rifà ad Einfalt, che significa «semplicità» o «candore». Il candore è altro rispetto all'ingenuità. Il cristiano non è ingenuo; è semplice. Siccome non è ingenuo, egli riflette, ragiona, è scienziato per «connaturalità», perché crede che quel Dio che si è fatto carne è il Logos, la Ragione divina. Del cristiano, dunque, la ragione non è nemica, bensì amica, e non è in alcuna contraddizione con la fede, come insegna da sempre la Chiesa e, negli ultimi tempi, ha ripetuto l'Enciclica Fides et Ratio del beato Giovanni Paolo II.

Uomo di scienza, come si vede anche in questo libro, il cristiano non è però un positivista, uno scientista. Vale a dire: egli non rifugge la ragione, ma rigetta le pretese assolutizzanti di una ragione che perde il senso della realtà, di una realtà che appare molto complessa alle scienze, ma molto semplice alla sapienza. Ecco perché il cristiano – se si sforza di mantenere lo sguardo di Dio sul mondo – mentre coltiva le scienze, cresce anche in sapienza. Le due cose solo in apparenza si contraddicono. Voltaire, nel suo romanzo Candide, attribuisce proprio il nome di Candido al protagonista, sul quale esercita un malcelato sarcasmo. In Candido, Voltaire vede l'esempio perfetto dell'ingenuo, dell'uomo di fede che chiude gli occhi sulla complessità del mondo, per rifugiarsi in un dogmatismo filosofico-religioso che non riesce a dare conto della drammaticità dei fenomeni storici e naturali. Ma, dobbiamo ricordare, Candido non è il prototipo del vero cristiano.

In questo libro di Giancarlo Melchiorri possiamo ritrovare uno scritto di un cristiano: c'è sia la riflessione rigorosamente scientifica, sia la semplicità dello sguardo sul mondo. Nel caso specifico della branca scientifica cui è dedicato il saggio, possiamo capire che la geometria serve a «misurare la terra», come suggerisce l'etimologia, e non a svelare arcani significati esoterici nelle proporzioni matematiche che si individuano nel mondo reale. L'astrazione geometrica viene effettuata a partire dalla realtà e ritorna verso la realtà. Si formulano i teoremi per misurare e costruire, non per sillogizzare misteriosi legami. La scienza, certo, ci aiuta a vedere ciò che a prima vista sfugge. Nel caso specifico, la geometria ci aiuta a spiegare la razionalità di un cosmo che è stato creato dal Dio Logos, che fa ogni cosa simile a Sé, quindi razionale. Ma altro è la razionalità, altro l'arcano. La vera razionalità è semplice, l'arcano è complesso. Ecco perché questo libro è importante, al di là dei pure validi risultati in campo geometrico, che personalmente non sono in grado di valutare.

Dobbiamo essere grati all'autore per aver condiviso con altri il risultato delle sue riflessioni e della sua visione. Scrivere e pubblicare non è solo una fatica come le altre. Scrivere è un atto di amore per il prossimo, di condivisione e di libertà. A meno che non si ingannino i propri lettori mentendo – e non è certo questo il caso – scrivere significa mettere a disposizione degli altri ciò che altrimenti sarebbe irraggiungibile: il contenuto della propria mente. Facendo ciò, ci si mette al contempo in gioco e ci si espone al giudizio altrui. Ci vuole perciò anche una certa dose di coraggio. Di tutto ciò, oltre che di quanto ho già sopra ricordato, è testimonianza il presente libro, al quale auguriamo ampia diffusione ed ampio influsso sui lettori.

Roma, 25 gennaio 2013

Don Mauro Gagliardi
Professore Ordinario
Ateneo Pontificio Regina Apostolorum

Con vero piacere presento questo contributo, di grande impegno scientifico, che documenta l'attività di studioso di Giancarlo Melchiorri, da anni interessato agli aspetti geometrici della composizione architettonica.

Architetto versatile e poliedrico, ha sempre manifestato, sin dai primi approcci 'giovanili', particolare attenzione verso la comprensione e la costruzione dei rapporti geometrici nell'Architettura. A tale proposito mi fa piacere ricordare la comune esperienza nella partecipazione al concorso d'idee Un Campidoglio per il duemila, bandito dal "Centro di studi su Roma Amerigo Petrucci" (1988-87), dove presentammo un progetto per il Colle capitolino impostato, secondo sue 'precise' indicazioni, sulla "base di ordinamenti assiali e di reticoli modulari" (L. Buonpane, G. Melchiorri, M. G. Turco, Campidoglio: "Terrazza su Roma", in "Roma. Rome", III, 7, settembre 1990, pp. 78-80).

Si tratta, quindi, di un lungo e articolato itinerario di ricerca al quale Melchiorri lavora da tempo con dedizione e passione; una passione per l'armonia delle forme architettoniche già espressa in molte occasione professionali e di studio. Ma è soprattutto negli ultimi anni che l'attenzione è stata rivolta alle problematiche della "geometria sacra" e delle "costruzioni dedicate al culto", con l'intenzione di ritrovare e sintetizzare direttrici progettuali attraverso il chiarimento di metodi costruttivi e aspetti geometrici proporzionali.

Il libro trova la sua particolare ed estrosa formulazione sin dalle prime pagine: in un "Antefatto" impostato come taccuino di ricordi e riflessioni, durante un soggiorno a Rimini, "con il caro Amico Paolo", in occasione della partecipazione a un incontro con esperti in tema di architettura sacra e adeguamento liturgico.

Si tratta, quindi, di un viaggio, iniziato con alcuni ragionamenti tra amici, volto alla ricerca delle geometrie e delle 'armonie' nelle forme architettoniche; un percorso tra scienza e storia che attinge dalle esperienze personali e professionali dell'autore.

Il volume analizza, nei capitoli successivi, il ruolo del disegno e della costruzione geometrica quali strumenti di conoscenza e comunicazione; il tutto, però, esplicitato "tramite un metodo" semplice, rivolto sia ai colleghi sia ai giovani ingegneri e architetti che si aprono al mondo dell'Architettura, in particolare dell'Architettura sacra.

Il contributo delinea, quindi, sinteticamente le principali posizioni concettuali riconoscibili nel corso dei secoli; l'autore intende, infatti, offrire un viaggio nel passato, attraverso "Le origini della geometria", ma contestualmente riscoprire un "metodo geometrico e aritmetico elementare", intuitivo e visivo: non casualmente il libro si chiude con un corpus di allegati, comprensivo di numerose tavole grafiche.

Si tratta di un libro agile, ma anche particolarmente utile per chi volesse conoscere, in maniera semplice ma raffinata, i principi del metodo geometrico aritmetico e del proporzionamento dei poligoni, fino alla 'complicatissima' costruzione del "pentadecagono"!

Nonostante il libro tratti temi geometrici di elaborata complessità, uno dei suoi principali pregi sta proprio nella chiarezza e lucidità; caratteristiche queste che trovano origine nell'interesse dell'autore per il disegno, per il 'gioco' della geometria, oltre che per l'amore per la vita e per lo "spazio in cui si vive".

Roma, 27 gennaio 2013

Maria Grazia Turco

Antefatto
Roma, lì mercoledì 30 maggio 2012

Il 13 o 14 gennaio dell'anno 2012 di sera ero dopo cena a passeggio con il caro Amico Paolo lungo le strade di una Rimini pressoché deserta.

Si parlava dei temi e degli argomenti di studio in materia di costruzioni dedicate al culto, esposti dagli Esperti durante l'Incontro a cui si era partecipato.

Ci tornava sempre alla mente questa insistenza, un po' filo conduttore di tutti gli studi esposti, riguardo la ricerca di un qualcosa che fosse materialmente la soluzione dello scibile umano.

Una sorta di "pietra filosofale" che utilizzata anche nella costruzione in cantieri per l'edilizia di culto, per la creazione di opere figurative dedicate alla liturgia e alla fede, per il concepimento di oggetti scultorei per ambienti liturgici e sacri, mettesse in grado l'operatore di trovare sempre la soluzione proporzionatamente esatta, e da ciò scaturiva che solo con questa precisione si è in armonia con il Creatore a cui sono dedicate queste opere per lo svolgimento della Liturgia, momento pubblico della fede in Cristo, come promesso dal Redentore.

Non vi era esempio di opera del passato sottoposta alla attenzione dei partecipanti in cui queste proporzioni giustamente utilizzate portavano l'autore, solitario o partecipe di una comunità, a concepire e realizzare un'opera consona a ciò per cui è nata perché perfettamente congruente ad alcune proporzioni geometriche, al suo orientamento astrale, alla sua posizione nel territorio frutto di complesse verifiche fisiche.

Questo suo essere consona coincideva nelle esposizione degli oratori con la sua bellezza, intesa anche come attrattiva.

Ciò che emergeva anche dagli studi effettuati e presentati era anche la inquietante affermazione che queste regole facenti parte della "pietra filosofale" erano state celate perché custodite da gruppi di operatori gelosi custodi di questa "rivelazione".

Ebbi quindi in desiderio di dire al mio Amico che non è vero che esistono "pietra filosofali" celate delle quali non avremo mai la possibilità di vedere e conoscere, ma già i filosofi, ossia i saggi dell'antichità, avevano compreso e esaurientemente comunicato che ogni uomo di buona volontà, aiutato dalle virtù donategli ha la possibilità di prendere coscienza ordinatamente di alcune caratteristiche della realtà ove siamo, e, tramite un metodo, il più semplice a lui possibile, può rendere partecipe gli altri di queste sue osservazioni che poi possono essere adoperate e ampliate da chi partecipa ragionevolmente a questo "gioco".

Questo pensiero era in quel momento una intuizione, nata, oltre che dalla situazione di quell'attimo, dalla osservazione di studi esposti da Docenti che nella vita avevo avuto la grazia di conoscere e con cui studiare, dei Maestri che la vita mi ha donato.

Mi soffermai sopratutto sull'uso della geometria nel concepimento delle opere dedicate alla Liturgia e del termine "geometria sacra" largamente usato nelle affermazioni degli studi esposti durante l'Incontro di studio nella città di Rimini.

Desideravo solo comunicare in modo concreto e leggibile che la geometria è "geometria" facente parte della matematica come l'aritmetica e non è né sacra, né profana, né esoterica, né ….., la geometria è geometria ossia

> in senso amplio e generico, ramo della matematica che studia lo spazio e le figure spaziali

e niente più.

La geometria può essere adoperata per tantissime attività della mente umana quando questa desidera far passare "un'idea" dalla sua "potenza all'atto", alla sua esistenza nel quotidiano con tutte le sue imperfezioni dovute al limite di chi la realizza e di chi la usa.

La geometria può essere quindi utile strumento anche nella realizzazione completa del "Luogo della Liturgia", ma è "solo" geometria che aiuta la costruzione del luogo in cui si celebra il Sacramento dell'Eucaristia, orientati al Signore, felici di essere attivamente partecipi al miracolo della transustanziazione, ognuno con la propria condizione umana donatagli da Chi lo ha creato.

La geometria è un gioco per tutti coloro che desiderano divertirsi nello studiare lo spazio in cui si vive; ma è uno studio, non un assoluto, non una verità, solo un metodo donato per far accettare all'uomo i propri limiti.

Gli "studi" umani sono "Doni" del Creatore che aiutano a vivere con il proprio limite, non "idoli".

Introduzione
Roma, lì giovedì 21 giugno 2012

La serie di disegni realizzati compongono ed esplicano un metodo geometrico e aritmetico elementare per poter costruire nei cantieri dell'edilizia originaria e semplice (tradizionale), le geometrie per l'orientamento e il proporzionamento degli elementi costruttivi (fondazioni, murature di elevato, piani di calpestio, ordini architettonici, strutture portanti continue, puntiformi, …).

Il sistema di disegni delle geometrie ha come cardine fondamentale un punto nel piano individuato come centro delle due circonferenze principali (c') e (c'') che, intersecate inizialmente dai loro diametri tra loro perpendicolari, costruibili tramite l'utilizzo delle medesime circonferenze traslate, con le loro proporzioni originano tutto il sistema.

Questo sistema è disegnabile (costruibile) per il suo studio (applicazione) con gli strumenti del disegno su foglio semplicemente con il compasso e la riga non graduata o direttamente nel luogo ove si realizzano le opere con dei punti fissi realizzati con picchetti e lo "spago" o "filo" da cantiere, partendo sempre da una proporzione assunta come "unità".

Il metodo si può classificare nella categoria della "geometria del compasso" appartenente alla "Geometria Euclidea".

Tramite questo sistema di circonferenze "unitarie" e alcune rette e segmenti a esse appartenenti, opportunamente posizionati e proporzionati in riferimento sempre alla proporzione assunta come "unità" è possibile definire in modo immediato:

- il segmento medio proporzionale (nel segmento AB si individua graficamente un punto X eseguendo la proporzione AB: AX=AX: XB);
- il triangolo rettangolo con il Cateto Maggiore (CM), il cateto minore (cm) e l'Ipotenusa (I) in progressione geometrica aritmetica (I: CM=CM: cm);
- il triangolo equilatero inscritto in (c') e circoscritto a (c''), direttamente proporzionato dall'unità con lato quindi $\sqrt{3}$;
- il quadrato inscritto in (c') direttamente proporzionato $\sqrt{\Phi}$ all'unità con lato quindi $\sqrt{2}$;
- i triangoli equilateri multipli e sottomultipli del precedentemente definito comprese le loro porzioni;
- i poligoni regolari inscritti nella circonferenza (c') con metodi già consueti e metodi innovativi;
- i triangoli rettangoli per il proporzionamento della misura $\sqrt{\Phi}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e successive;
- il triangolo rettangolo con i lati proporzionati secondo la così detta

"Terna Pitagorica" ossia cateto minore 3, Cateto Maggiore 4, Ipotenusa 5; è da notare che questo triangolo circoscrive perfettamente il cerchio unitario (c') e quindi le due figure geometriche sono direttamente connesse tra loro.

Riguardo i poligoni regolari inscritti nella circonferenza (c') si sono proporzionati oltre il quadrato e il triangolo equilatero sopra citati, il pentagono, l'esagono, l'ettagono, l'ottagono, l'ennagono, il decagono, l'endecagono, il dodecagono, il tridecagono, il pentadecagono, l'esadecagono e l'eptadecagono.

Per l'ettagono, l'endecagono, il tridecagono e l'eptadecagono il metodo geometrico costruttivo, basato sempre sull'utilizzo del solo compasso e riga non graduata sul foglio o picchetti e lo "spago" o "filo" in cantiere, è completamente innovativo e si rimanda alle allegate tavole per la visione del metodo di disegno.

Riguardo il pentagono, il decagono e il pentadecagono è stato semplificato ulteriormente il metodo di proporzionamento, basato sempre sull'utilizzo del solo compasso e riga non graduata sul foglio o picchetti e lo "spago" o "filo" in cantiere; si rimanda anche per la visione di questo metodo alle tavole allegate.

I
Applicabilità

I cantieri di piccole e medie dimensioni, che hanno frequentemente come oggetto dell'opera da realizzare edifici di medie entità caratterizzati da un disegno e dettaglio costruttivo di particolare pregio, necessitano di un metodo di controllo accurato delle proporzioni degli elementi concepiti durante lo studio progettuale facilmente riproducibile in modo quasi identico all'atto della realizzazione in cantiere.

Si può affermare che spesso è necessario ripetere in cantiere in modo identico la costruzione geometrica effettuata su "carta" propedeutica al disegno dell'opera.

I cantieri di edilizia che sono dedicati a questo tipo di realizzazioni hanno mano d'opera di grande capacità affiancata a mezzi esecutivi semplici, ed entrambi vanno condotti in modo rigoroso per giungere a una giusta corrispondenza tra elemento concepito con il disegno ed elemento realizzato con il materiale scelto per la sua esecuzione.

Il disegno diviene quindi il mezzo che trasporta l'idea dalla sua concezione alla sua realizzazione pratica.

Il metodo di disegno geometrico con modulo unitario e punto fisso di riferimento qui concepito dallo scrivente è considerabile molto semplice e affidabile per il giusto posizionamento e proporzionamento degli elementi nella realtà realizzativa di cantieri semplici.

Si è osservato che effettuando un tracciamento partendo da un punto di riferimento fondamentale del cantiere con le geometrie descritte nelle sette tavole allegate a questa descrizione si può ottenere un rigore nella determinazione delle proporzioni e una semplificazione e diminuzione dei passaggi di costruzione dei punti di riferimento per il posizionamento degli elementi costruttivi.

Sicuramente minore è il numero di passaggi delle costruzioni geometriche delle figure necessarie e maggiore sarà la semplicità e velocità di definizione dei punti di riferimento da individuare per la costruzione.

La applicabilità di questo metodo di tracciamento è evidente nella esecuzione di edifici o porzioni di questi aventi figure poligonali regolari come è consueto nelle costruzioni tipiche dell'area mediterranea.

Queste costruzioni negli ultimi cinquanta anni sono realizzate spesso con struttura in conglomerato cementizio e murature di tamponatura, ma in origine erano costruite con muratura continua di vario tipo opportunamente proporzionata.

Oggi in molti casi vi è una tendenza a utilizzare nuovamente questi materiali non cementizi perché alcuni studi recenti, alla luce del comportamento del calcestruzzo armato negli edifici di piccole e medie dimensioni, hanno valutato le costruzioni in muratura portante di miglior qualità, durabilità e facilità di conservazione e smaltimento in caso di necessità, con costi sempre contenuti sia in fase di realizzazione, di manutenzione che di esercizio.

Le geometrie esposte nello studio di cui trattasi espongono i passaggi costruttivi di queste figure geometriche semplici, eseguibili con strumenti di misurazione e puntamento di facile ed economico reperimento, come è consueto nei piccoli e medi cantieri edili di costruzioni con struttura sia in conglomerato cementizio che in muratura continua.

Se durante l'impianto del cantiere si ha l'accortezza di fissare consapevolmente il punto fisso di riferimento per tutte le misure da effettuare per le fasi costruttive, con il metodo geometrico descritto nelle tavole si possono facilmente da questo punto definire le proporzioni delle figure geometriche fondamentali che compongono la costruzione.

Se per esempio si ha la necessità di costruire un ambiente con pianta poligonale di tipo regolare, ci troviamo di fronte a un problema che con questo metodo è facilmente risolvibile in pochi passaggi di proporzionamenti geometrici costruttivi.

Per alcuni poligoni regolari la costruzione è più semplice ed è nota sin dai primi studi di geometria piana, per esempio il triangolo equilatero (tre lati uguali), il quadrato (quattro lati uguali), l'esagono (sei lati uguali), l'ottagono (otto lati uguali), il dodecagono (dodici lati uguali).

In questo studio sono stati comunque ulteriormente semplificati (vedere tavole allegate).

Per altri la costruzione senza l'utilizzo di strumenti di calcolo algebrico in cantiere, ma utilizzando solo strumenti di proporzionamento dall'unità assunta, ha sempre comportato l'esecuzione di plurimi e complessi passaggi come per esempio il pentagono, l'ettagono, l'ennagono, il tridecagono, il pentadecagono, l'eptadecagono.

È necessario tenere in considerazione che nel cantiere edile, di piccole e medie proporzioni, lo strumento e principale guida per l'orientamento degli elementi murari, dei pieni e dei vuoti, delle pilastrature ed altro è lo "spago" che viene fissato nei punti della realizzazione con opportuni "chiodi".

Nell'area mediterranea il sistema di misurazione, ossia l'unità assunta per le costruzione è quasi sempre il metro (sistema metrico decimale). Da questo si hanno i multipli e sottomultipli che assunti in maniera stabile in un'opera di edilizia assumono il nome di "modulo" ossia di unità di riferimento per gli elementi costruttivi del cantiere stesso quando è di tipo artigianale; il metodo geometrico unitario è comunque applicabile a qualsiasi unità di misura assunta come riferimento.

Con il sistema esposto nelle allegate tavole, se si proporziona l'unità assunta come raggio della circonferenza (c') del sistema, con centro nel punto di riferimento delle misurazioni, a una misura ritenuta modulo costruttivo dell'opera, tutte le misure e proporzionamenti concatenati costruttivamente all'unità saranno progressivamente e con precisione definiti (fissati) nel sistema costruttivo con le giuste coordinate di riferimento.

Se per esempio la costruzione prevede un volume a pianta eptadecagonale, figura geometrica poligonale composta da diciassette lati uguali nella sua forma regolare, con il sistema esposto nella tavola numero 005 con pochi passaggi sarà possibile eseguire il suo tracciamento sia con il "filo" o "spago" di cantiere che con un teodolite o un semplice tacheometro (teodolite di minor precisione) usato solitamente per i rilevamenti o le misurazioni preventive.

Fissato infatti il centro di riferimento di misurazione delle opere di cantiere coincidente con il centro delle costruzioni geometriche del sistema, una volta determinato il raggio della circonferenza che circoscriverà il poligono regolare in esame in funzione dell'unità assunta, basterà tracciare con questo raggio la circonferenza (c'), poi con la metà di questa unità una circonferenza concentrica (c''), unire con un segmento i punti D ed E del sistema geometrico costruttivo (tav. n.°005), successivamente tracciare un arco di circonferenza con centro nel punto C sempre del sistema geometrico costruttivo sino ad intersecare il segmento DE in EdA (tav. n.°005) per trovare la esatta proporzione del lato dell'eptagono desiderato, tracciando una ulteriore retta con origine nel centro del sistema (A) e passante per EdA sino ad intersecare la circonferenza (c') in Ed0.

Il segmento EdA Ed0 è l'esatta proporzione per il cantiere che definisce il lato dell'eptadecagono matrice della planimetria del volume da edificare.

Ribaltando con una circonferenza con centro in Ed0 il punto EdA sulla circonferenza (c') si sarà poi posizionato il lato del poligono per la costruzione nella sua sede realizzativa; ripetuta questa unità la quantità necessaria il tracciamento delle murature è compiuto (tav. n.°005).

Con il sistema costruttivo sino ad oggi in uso per la realizzazione di questo poligono regolare si sarebbero dovuti eseguire oltre tredici complicati passaggi per ottenere la stessa proporzione partendo dall'unità costruttiva (modulo) senza l'uso di sofisticati sistemi di misurazione e l'ausilio di elaborazioni aritmetiche e algebriche.

Nella tavola n.°005 sono rappresentate le due costruzioni dell'eptadecagono sia quella innovativa ideata insieme ad altre dallo scrivente in questo studio tramite il sistema geometrico unitario di riferimento innovativo, qui concepito e trattato, che quella dello studioso H.W. Richmond che già semplificava quella originaria.

Le dimensioni e i proporzionamenti effettuati in questo studio per l'eptadecagono tramite il metodo puramente geometrico sono stati verificati nella loro veridicità con opportuno sistema numerico fondato sulle note conoscenze della geometria analitica, eseguendo numericamente l'intersezione delle circonferenze e rette utilizzate per la costruzione della figura, espresse con le loro equazioni nel piano.

Sono riportate nel presente fascicolo due serie di conteggi per la verifica delle misure del poligono con circonferenza avente raggio unitario o doppio dell'unità.

Il metodo geometrico aritmetico unitario è applicabile anche in modo inverso nel rilevamento di edifici dei quali si vuole trovare l'impianto geometrico della genesi costruttiva; è infatti possibile ripercorrendo con opportuni passaggi il metodo esposto a ritroso, ossia dalla proporzione definita del lato del poligono regolare ipotizzato fondante la geometria costruttiva del sito, trovare le proporzioni costruttive degli elementi e l'eventuale centro geometrico costruttivo.

Questo tipo di applicazione è finalizzata alla definizione geometrica, simbolica e storica di un eventuale manufatto architettonico.

Con il sistema unitario trattato, fissato nel cantiere il centro e unità di riferimento (modulo), è facilmente definibile in segmento medio proporzionale utile per il proporzionamento di altri poligoni regolari come per esempio il pentagono e il decagono.

Il pentagono con il sistema in esame si definisce facilmente ribaltando con centro in P’ il punto X estremo del segmento medio proporzionale AX, che è una delle basi di questo sistema geometrico di riferimento, nella circonferenza (c’) di raggio unitario; la distanza P’ P’’ trovata è il lato costruttivo esatto del pentagono cercato (tavola n.°002).

Con questa proporzione, opportunamente utilizzata e moltiplicata si può facilmente tracciare il poligono regolare che è traccia del volume eventualmente in costruzione; i passaggi geometrico costruttivi sono pochi ed elementari e la precisione e rapidità di esecuzione nel cantiere è notevole.

Se occorre effettuare il tracciamento di un eventuale triangolo equilatero con questo sistema di cerchi unitari è molto semplice, perché il raggio unitario della circonferenza (c’) e quello della circonferenza (c’’) concentriche, sommati, sono una volta e mezzo l’unità assunta e quindi eseguita la perpendicolare a questi con i noti procedimenti della geometria l’intersezione della perpendicolare con la circonferenza (c’) individua il punto T’ che congiunto al punto B del sistema definisce la proporzione del segmento BT’ che è il lato del triangolo equilatero cercato (tavola n.°002).

Con questo triangolo equilatero è poi possibile in modo facile con le sue rotazioni comporre figure geometriche varie utilizzate per il tracciamento di murature di edifici come ad esempio perimetri esagonali (tavola n.°003) dodecagonali (tavola n.°004).

La congiungente i punti C e Q’ del sistema geometrico unitario proporziona il lato del quadrato inscritto (tavola n.°002) e direttamente proporzionale al diametro della circonferenza (c’); con questa figura è possibile egualmente tracciare “fili costruttivi” per le planimetrie di edifici in modo proporzionale, semplice e direttamente legati al centro di riferimento in modo da intersecare secondo le necessità questa figura con altre per creare figure geometriche composte proporzionate nel rispetto degli intenti progettuali ed esecutivi.

Nella Tavola n.°003 è rappresentata la costruzione innovativa dell’eptagono che ha un alto grado di precisione rispetto al lato teorico definibile algebricamente e permette con la assunzione a riferimento di alcuni punti costruttivi del sistema geometrico unitario ossia EpA ed EpB di individuare il punto Ep0; eseguendo il tracciamento della retta con origine dal centro di riferimento e passante per Ep0 la sua intersezione con la circonferenza (c’) individua il punto Ep’ che congiunto a C determina la proporzione costruttiva del lato dell’eptagono e quindi l’eptagono proporzionato al centro di riferimento del cantiere e del sistema geometrico unitario che può essere sempre utilizzato per tracciare l’orditura delle murature o di elementi della costruzione edile da realizzare in modo semplice.

Sintetizzando, il sistema formato dalle due circonferenze (c’) e (c’’), rispettivamente con raggio e diametro unitario, permette nella sua applicazione l’immediata definizione di alcuni elementi geometrici di proporzionamento in cantiere, una volta definito il suo centro di riferimento per le misurazioni, in modo rapido, semplice e preciso, semplificando notevolmente la costruzione già nota di alcune figure geometriche poligonali e definendo la costruzione di altre figure geometriche con metodo innovativo.

Per sua costruzione il sistema geometrico unitario di riferimento determina subito il segmento medio proporzionale e il triangolo rettangolo progressivo (tavola n.°001) fondamentali per gli usi applicativi della geometria in cantiere con proporzioni rigorose e in continuità con i metodi originari delle costruzioni tipiche specialmente dell'area mediterranea, ma con possibilità e forme innovative.

Con il sistema è subito anche definito il triangolo equilatero inscritto in (c') e circoscritto a (c'') e il quadrato inscritto in (c') con misure proporzionali e continue all'unità assunta nel sistema geometrico e costruttivo, per un sicuro risultato di realizzazioni proporzionate e consone alla costruzione di edifici di pregio di piccole e medie dimensioni.

Per l'eptagono, l'endecagono, il tridecagono e l'eptadecagono il metodo geometrico costruttivo è completamente innovativo e semplice, realizzabile per il cantiere senza ausilio di strumentazioni sofisticate, ma semplici elementi di proporzionamento e anche questi proporzionati all'unità assunta in cantiere (modulo).

Per completezza nella tavola n.°006 sono riportati alcune semplici costruzioni sempre ridefinibili in cantiere dal disegno originario dell'eventuale progettista per proporzionare le misure di alcune tipiche radici quadrate di numeri fondamentali per le costruzioni geometriche di fabbriche edili.

Nella tavola n.° 007 lo studio delle radici quadrate, quindi delle ipotenuse di triangoli rettangoli è ampliato ad altre proporzioni sino a giungere a quella che ci permette di definire uno dei cateti (il maggiore) del triangolo rettangolo formato con le seguenti proporzioni: cateto maggiore 4 unità, cateto minore 3 unità, ipotenusa 5 unità ossia le misure della fondamentale "Terna Pitagorica" che assicura e facilita la costruzione anche di rette perpendicolari, utile sempre nelle fabbriche edili.

È da notare che il triangolo rettangolo con queste proporzione è quello che esattamente circoscrive la circonferenza (c') con raggio unitario, sottolineando la stretta connessione di questo sistema di cerchi unitari applicabile per la semplificazione delle costruzioni geometriche in cantiere con la "Terna Pitagorica" che assunta come proporzioni dei lati del triangolo rettangolo è di frequente applicata nei cantieri "semplici" per assicurare la perpendicolarità tra due rette e quindi il tracciamento perpendicolare delle murature.

Con questo metodo il disegno diviene con attrezzature semplici il mezzo che trasporta l'idea dalla sua concezione alla sua realizzazione pratica nel modo più fedele possibile, con gli stessi metodi di tracciamento e quindi si ottiene con la sua applicazione, semplicità, fedeltà e immediatezza tra la potenziale realizzazione (disegno) e l'atto esecutivo (cantiere).

Il metodo geometrico e aritmetico con le circonferenze unitarie concepito dallo scrivente per l'applicazione nella costruzione di edifici nei cantieri di piccole e medie dimensioni, e, che permette in essi la costruzione semplice delle geometrie di edificazioni complesse, come sopra descritto, è rappresentato in sette tavole;

Le costruzioni geometriche innovative ideate dallo scrivente che semplificano notevolmente il proporzionamento dell'eptagono, dell'endecagono, del tridecagono e dell'eptadecagono, oltre ad essere riportate nei disegni, sono riportate in dettaglio ed esposte discorsivamente nella porzione di testo dedicata ai metodi innovativi per la costruzione di alcuni poligoni regolari (IX), applicabile anche ai cantieri edili per facilitare in loro la esecuzione dei tracciamenti.

II
Riferimenti

La Geometria è "in senso ampio e generico, ramo della matematica che studia lo spazio e le figure spaziali" e la "Geometria del compasso" è lo studio dei problemi e delle costruzioni che si possono risolvere mediante l'uso del solo compasso. È da notare la proprietà:

> ogni problema geometrico risolvibile con la riga e con il compasso è risolvibile anche con il solo compasso (G. Mohr, L. Mascheroni in Aa.Vv. *Dizionario Enciclopedico Treccani Roma*, Istituto Poligrafico dello Stato 1970).

Questa è l'origine delle riflessioni geometriche qui trattate con l'intento di essere strumento per la organizzazione geometrica delle costruzioni dedotta tramite i principi della Geometria di Euclide.

> Gli elementi fondamentali della geometria euclidea sono il punto, la retta, ed il piano.

> Ci si riferisce alla Geometria di Euclide che si poggia su cinque postulati che il matematico Playfair (Elements of geometry anno 1795) espose nel seguente modo:

1. è sempre possibile tracciare una retta tra due punti qualunque (tra due punti passa una e una sola retta);
2. è sempre possibile prolungare una linea retta (la linea retta è infinita);
3. è sempre possibile costruire una circonferenza di centro e raggio qualunque (ossia è sempre possibile determinare una distanza maggiore o minore);
4. tutti gli angoli retti sono tra loro congruenti;
5. data una retta ed un punto esterno ad essa esiste un'unica retta parallela passante per detto punto (le due rette parallele otticamente si incontrano all'infinito);

> Il quinto postulato è conosciuto anche come postulato del parallelismo ed è quello che distingue la Geometria Euclidea dalle altre, dette non euclidee.

> Negando il quinto postulato nella versione datane da Playfair possono ottenersi due diverse geometrie: quella ellittica (nella quale non esistono rette passanti per un punto esterno alla retta data ad essa parallele) e quella iperbolica (nella quale esistono almeno due rette passanti per un punto e parallele alla retta data).

Si evidenzia che l'enunciato originale di Euclide (che è dato alla voce quinto postulato) era invece compatibile con la geometria ellittica.

A completamento di questa ultima affermazione di seguito si riportano i postulati di Euclide nella dizione più conforme all'origine:

1. Tra due punti qualsiasi è possibile tracciare una retta (Un segmento di linea retta può essere disegnato unendo due punti a caso).
2. La linea retta si può prolungare indefinitamente (Un segmento di linea retta può essere esteso indefinitamente in una linea retta).
3. Dato un punto e una lunghezza, è possibile descrivere un cerchio (Dato un segmento di linea retta, un cerchio può essere disegnato usando il segmento come raggio ed uno dei suoi estremi come centro).
4. Tutti gli angoli retti sono uguali (Tutti gli angoli retti sono congruenti tra loro).
5. Se una retta taglia altre due rette determinando dallo stesso lato angoli interni la cui somma è minore di quella di due angoli retti, prolungando le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove la somma dei due angoli è minore di due retti (Se due linee sono disegnate in modo da intersecarne una terza in modo che la somma degli angoli interni, da un lato, sia minore di due angoli retti, allora le due linee si intersecheranno tra loro dallo stesso lato se sufficientemente prolungate).

Sulla violazione di questi postulati, e soprattutto sull'ultimo (nella forma datane da Plyfair), si fondano le geometrie non-euclidee come ad esempio la geometria iperbolica.

È importante nell'applicazione delle costruzioni geometriche, anche per quelle dedicate alla realizzazione delle opere edili come nella presente riflessione, essere coscienti che dagli assiomi si possono dedurre delle relazioni di incidenza fra punti, rette e piani. Ad esempio:

Per un punto passano infinite rette
Per due punti distinti passa una ed una sola retta
Per una retta nello spazio passano infiniti piani
Per tre punti non allineati nello spazio passa un solo piano
Si definiscono quindi altre nozioni, quali ad esempio:
Due rette nello spazio si dicono complanari quando giacciono sullo stesso piano.
Se un punto divide la retta a metà, ciascuna delle due parti si dice semiretta: questa sarà dotata di un'origine, ma non di una fine.
La parte di retta delimitata da due punti è detta segmento.

Si è approfondito nella presente riflessione anche dal punto di vista applicativo reale sia il Primo che il Secondo Teorema di Euclide.

Primo teorema di Euclide:

> In un triangolo rettangolo ogni cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la sua proiezione sull'ipotenusa.

La proporzione è: I: C=C: P (con I = ipotenusa, C = cateto e P = proiezione del cateto).

Secondo Teorema di Euclide:

> In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è medio proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

La proporzione è: Pc: H=H: PC (con H = altezza rispetto all'ipotenusa, Pc = proiezione del cateto minore e PC = proiezione cateto maggiore).

III
Gli argomenti

La riflessione di cui trattasi nasce dal punto adottato come origine e dalla circonferenza costruibile con distanza unitaria dei suoi punti dall'origine ossia centro. La circonferenza è definibile come "il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro".

Con questo sistema realizzabile tramite un compasso (o il "filo" e un "chiodo") sono stati costruite due circonferenze con origine comune (coincidente):

– una con raggio unitario;
– una con diametro unitario;
– sono stati proporzionati anche i loro raggi e diametri ortogonali.

L'intento di questa costruzione geometrica ha lo scopo (la meta) di predisporre le fasi di un metodo per rendere molto semplici le definizioni, tramite il solo compasso e riga non graduata, di elementi ad essa riferibili e principalmente:

– il segmento medio proporzionale, ossia la proporzione estrema e media" ossia quella sezione di segmento che è media proporzionale tra l'intero segmento (unità) e la sua rimanente parte;
– la somma del segmento medio proporzionale all'unità ossia Φ;
– il triangolo rettangolo con i lati in progressione geometrica (1, F, $\sqrt{\Phi}$);
– i poligoni regolari (triangolo equilatero, quadrato, pentagono, esagono, …);
– il proporzionamento delle ipotenuse di triangoli rettangoli per la misurazione reale di $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, …

Quanto sopra è eseguibile nel piano e nello spazio definito o proporzionato attraverso l'orientamento di plurimi piani.

Dalla esecuzione del quinto argomento si è osservato che la circonferenza (c') con raggio unitario è perfettamente inscritta nel triangolo rettangolo avente lati ossia cateto minore, Cateto Maggiore e Ipotenusa, pari rispettivamente a tre, quattro e cinque volte l'unità [raggio della circonferenza (c')], la così detta "Terna Pitagorica" ossia il triangolo rettangolo in cui gli angoli si determinano conseguentemente all'uso di tali proporzioni (3, 4, 5) ed è quindi solitamente il triangolo rettangolo di riferimento per effettuare nel cantiere edile la definizione di due allineamenti perpendicolari con metodo semplice e immediato.

Con questo metodo di disegno, che ha origine da una circonferenza con raggio unitario (c') e una con diametro unitario (c'') tra loro concentriche, è evidente che per effettuare costruzioni precise dedicate al cantiere edile nel quale di solito, in quelli più semplici, sono utilizzati a questo fine il “filo” e i “chiodi” per creare le linee fondamentali degli allineamenti costruttivi, è alla portata di tutti gli uomini di buona volontà definire geometrie costruttive proporzionate in modo esattamente consono a questi usi.

IV

Le origini della geometria

Tratto da: L. Cateni R. Fortini *Il pensiero geometrico*
Vol. I – Felice Le Monnier – Firenze 1969

1. La parola geometria deriva dal greco e significa "misurazione della terra" (da *ghe* = terra e *metron* = misura).

Il senso etimologico della parola geometria è da ricercarsi nell'origine stessa di questa scienza che nacque, appunto, dall'esigenza di popoli antichissimi (Assiri, Babilonesi, ecc.) di stabilire rudimentali regole che fornissero la misura dell'estensione delle loro terre.

Non vi è, però, una testimonianza storica assolutamente certa che confermi l'uso della geometria nelle civiltà pre-egizie.

Possiamo, invece, affermare con sicurezza che gli antichi Egiziani possedevano alcuni elementi di questa materia.

Lo documentano diversi papiri e, in particolare, il cosiddetto papiro di Rhind (della lunghezza di circa 20 metri e che si conserva nel British Museum di Londra) nel quale è contenuto *Il libro di calcolo* di Ahmes, così chiamato dal nome dello scriba che, sedici secoli avanti Cristo, trascrisse - forse non senza errori - un testo che già aveva alcuni secoli di vita. In esso sono riportale regole per la misura di campi quadrangolari e triangolari, nonché elementi del calcolo con le frazioni e accorgimenti pratici per la misura di certi solidi.

Del resto, notizie sulle conoscenze geometriche degli antichi Egizi ci provengono anche da Erodoto (V secolo a. C.) e da Proclo (IV secolo d. C.). Quest'ultimo, che è considerato il più autorevole storico delle antiche matematiche, così scrive: « Seguendo la tradizione generale diremo che gli Egiziani furono i primi inventori della geometria e che essa nacque dalla misurazione dei campi che essi dovevano sempre rinnovare a causa delle inondazioni del Nilo che cancellavano tutti i collimi delle proprietà ».

Ci risulta, poi, che gli Egiziani conoscevano il teorema di Pitagora solo in un caso particolare; e, precisamente, sapevano che un triangolo con i lati lunghi 3, 4 e 5 volte una certa unità di misura, è rettangolo.

Essi usavano questa loro conoscenza per costruire sul terreno, con funi e picchetti, un triangolo di tale tipo. In questo modo disegnavano angoli retti che servivano loro come traccia per la costruzione delle fondamenta degli edifici e dei templi. Ciò conferma il pensiero di Proclo, secondo il quale la geometria egiziana aveva solo un carattere pratico ed utilitario.

2. Fu solo più lardi, nell'antica Grecia, che la geometria si sviluppò come scienza razionale, fino a raggiungere un assetto definitivo con il primo trattalo veramente ordinato e completo: *Gli Elementi* di Euclide.

Le mirabili pagine scritte da questo matematico del III secolo a. C. sono, ancor "oggi", il modello su cui tutti studiano la geometria: tutti, di ogni scuola, di ogni luogo civile, di ogni periodo storico.

Con gli Elementi di Euclide la geometria elementare raggiunge la perfezione logica, articolandosi in un perfetto edificio razionale, insostituibile nella educazione della mente degli uomini.
Per questo dividiamo la nostra breve stona in due periodi: “periodo pre-euclideo e periodo euclideo”.

Periodo pre-euclideo

3. Questo periodo va dal VI al III secolo a. C.; ossia da quando i Greci iniziarono con i Oriente, e specialmente con l’Egitto, un attivo scambio di commerci e di idee, a quando comparve nel mondo greco la grande figura di Euclide.

È questo un periodo di transizione che precede l’inizio della vera e propria geometria razionale. I Greci maturarono, in questi secoli, le nozioni empiriche e sperimentali apprese dagli Egiziani, attraverso un travaglio di ricerca spesso disordinato e frammentario. Il nuovo fermento intellettuale fu guidato da motivi diversi e, talvolta, contrastanti fra loro: sia di natura religiosa che filosofica, sia dovuti a necessità pratiche che a pura curiosità di indagine. Fu, cioè, uno studio non sempre scientificamente coerente: logica espressione di una civiltà ancor giovane.

4. Gli storici concordano nell’iniziare questo periodo con Talete (VI secolo a. C.). Egli passò parte della sua giovinezza in Egitto dove si era recato per ragioni commerciali. Ivi egli assimilò la cultura di quella antica e progredita civiltà ed apprese, in particolare, alcune nozioni geometriche ed astronomiche.

Tornato in patria divenne capo della Scuola Jonica. Proseguendo nei suoi studi di astronomia, giunse a predire la data di una ecclisse di sole. Proprio di quella ecclisse che indusse gli eserciti della Media e della Lidia, già schierati a battaglia, a deporre le armi e a iniziare trattative di pace, non volendo essi - per antica tradizione - combattere in assenza della luce del sole. Questa predizione lo rese famoso in rutto il modo ellenico, sì da farlo annoverare fra i sette saggi della Grecia.

La feconda, originale intuizione di Talete si può dedurre da questo episodio che a lui viene attribuito. Avendogli domandato un sacerdote egizio quale potesse essere l’altezza di un obelisco, egli non si contentò di misurarla ad occhio; si sdraiò sul terreno e vi determinò la lunghezza della sua persona, poi si pose in piedi alla estremità del segmento così tracciato ed attese che la sua ombra divenisse eguale a quel segmento. Nello stesso momento anche l’altezza dell’obelisco uguagliava la lunghezza della sua ombra e, misurando quest’ultima, egli ottenne con esattezza l’altezza del monumento.

Sembra anche certo che Talete sia riuscito a determinare la distanza delle navi dal porto, mediarne semplici confronti di triangoli.
Probabilmente Talete si regolava così:

> se N era la nave, P un punto del porto ed A un punto della spiaggia, di cui era nota la distanza da P, egli misurava gli angoli NPA e PAN. Poi costruiva sulla carta un triangolo SQR avente Q = P ed R = A e misurava la lunghezza