



*Direttori*

Mario ALCARO<sup>†</sup>

Raffaele CIRINO

Alfredo GIVIGLIANO

*Comitato scientifico*

Romeo BUFALO

Pio COLONNELLO

Emanuele FADDA

Giovanni FALCONE

Mauro FRANCAVIGLIA

Luigi MAIERÙ

Luca PARISOLI

Giuseppe PASSARINO

Claudia STANCATI

*Comitato redazionale*

Giuseppe BARRESI

Lorenzo CIGANA

Giuseppe COSENZA

I direttori e i membri dei comitati scientifico e redazionale afferiscono tutti all'Università degli Studi della Calabria, ad eccezione del prof. Mauro Francaviglia che afferisce all'Università degli Studi di Torino.

Filosofia e Scienza sono due campi in continuo dialogo tra loro. Un dialogo sempre nuovo nei protagonisti e nei temi, con una storia ancora ricca di sentieri da scoprire e strade da ripercorrere, per arrivare a nuovi spazi di confronto comune. Questa collana vuole essere uno strumento di viaggio lungo questi itinerari, uno strumento di presentazione e dibattito di riflessione filosofica e problemi scientifici (non solo quelli propri delle scienze della natura, ma anche quelli delle scienze sociali). Uno strumento a disposizione dei singoli filosofi e scienziati, ma soprattutto a disposizione del lavoro comune di costruzione di una forma di conoscenza.

In "Filosofia e Scienza" sono pubblicate opere di alto livello scientifico, anche in lingua straniera per facilitarne la diffusione internazionale.

I direttori approvano le opere e le sottopongono a referaggio con il sistema del «doppio cieco» (*double blind peer review process*) nel rispetto dell'anonimato sia dell'autore, sia dei due revisori che scelgono: l'uno da un elenco deliberato dal comitato di direzione, l'altro dallo stesso comitato in funzione di revisore interno.

I revisori rivestono o devono aver rivestito la qualifica di professore universitario di prima fascia nelle università italiane o una qualifica equivalente nelle università straniere. Sottopongono le opere a revisione tenendo conto della: *a*) significatività del tema nell'ambito disciplinare prescelto e originalità dell'opera; *b*) rilevanza scientifica nel panorama nazionale e internazionale; *c*) attenzione adeguata alla dottrina e all'apparato critico; *d*) rigore metodologico; *e*) proprietà di linguaggio e fluidità del testo; *f*) uniformità dei criteri redazionali.

Nel caso di giudizio discordante fra i due revisori, la decisione finale sarà assunta da uno dei direttori, salvo casi particolari in cui i direttori provvederanno a nominare tempestivamente un terzo revisore a cui rimettere la valutazione dell'elaborato.



Miriam Angela Giovanna Franchella

**Sui sentieri della logica**



Copyright © MMXII  
ARACNE editrice S.r.l.

[www.aracneeditrice.it](http://www.aracneeditrice.it)  
[info@aracneeditrice.it](mailto:info@aracneeditrice.it)

via Raffaele Garofalo, 133/ A-B  
00173 Roma  
(06) 93781065

ISBN 978-88-548-5237-2

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,  
di riproduzione e di adattamento anche parziale,  
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie  
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: ottobre 2012

# Indice

- 9 *Introduzione*
- 11 *Itinerari di storia della logica. Antefatto*
- 17 **Capitolo I**  
*Aristotele*
- 35 **Capitolo II**  
*Logica megarico–stoica*
- 39 **Capitolo III**  
*Dal I sec. d.C. al Medioevo*
- 45 **Capitolo IV**  
*Dal Quattrocento al Seicento*
- 55 **Capitolo V**  
*Il Settecento*
- 57 **Capitolo VI**  
*L'Ottocento*
- 69 **Capitolo VII**  
*Cantor*
- 75 **Capitolo VIII**  
*Frege*
- 85 **Capitolo IX**  
*Hilbert*

- 91    Capitolo X  
      *Poincaré*
- 95    Capitolo XI  
      *Brouwer e l'intuizionismo*
- 109   Capitolo XII  
      *Tarski*
- 113   Capitolo XIII  
      *La formalizzazione della teoria degli insiemi*
- 115   Capitolo XIV  
      *Il platonismo*
- 121   *Suggerimenti bibliografici per un primo approccio alla logica e alla  
      sua storia*



## Introduzione

Solo due parole per spiegare motivazioni e finalità di questo percorso lungo i sentieri della logica. Per un'appassionata di storia della logica, nessun manuale, nessuna enciclopedia, sarebbe mai esaustiva. Forse lo studio su di un autore solo potrebbe soddisfare l'esigenza di rigore, di cesellatura del minimo dettaglio, di raccordo col background storico e culturale. Forse. Ma esiste anche l'esigenza di far conoscere temi e personaggi per rendere nota una parte essenziale del pensiero occidentale, che spesso viene accantonata come troppo difficile, astrusa, per pochi eletti. Questa esigenza deve tenere conto del fatto che un volume agile invita di più alla lettura di quanto possa fare un tomo ponderoso (o, peggio, più tomi). Per questo ho optato per una *scelta* di autori che permetta di gettare lo sguardo sulle varie epoche della logica, da Aristotele ai giorni nostri, cercando di offrire *appetizer* che stuzzichino la curiosità e l'intelletto di lettrici e lettori ad approfondire ulteriormente la disciplina. Quello che viene offerto *non* è materiale di superficie e neppure raccoglie in modo convenzionale una serie di nozioni, ma scende in profondità, offrendo contenuti originali che sono frutto delle mie 'nozze d'argento' con l'attività di ricerca, e aspirando comunque, nel contempo, ad essere comprensibile e non pedante. Le citazioni degli autori, che in alcuni casi compaiono qui per la prima volta in lingua italiana, completano il quadro che vorrebbe offrire un'immagine di logica che nasce da una vibrante umanità.



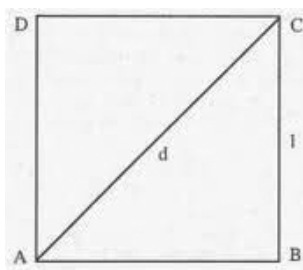
# Itinerari di storia della logica

Antefatto

La logica entra ufficialmente nel pensiero occidentale nel IV sec. a C. come studio del ragionamento corretto con quella serie di scritti di Aristotele che è stata poi etichettata dai posteri, nel I sec. a.C., “Organon”, cioè “strumento”, propedeutico agli studi scientifici. Esso comprende: le *Categorie* (che trattano della classificazione di tutto ciò che vi è), il *De Interpretatione* (riflessioni sul linguaggio e sul concetto di necessità), gli *Analitici Primi* (sillogistica), gli *Analitici Secondi* (problemi di filosofia della logica), i *Topici* (prescrizioni su come argomentare durante le dispute), le *Confutazioni sofistiche* (discussione di argomentazioni fallaci). Il termine “logica”, in realtà, compare solo più tardi, nella trattazione stoica, a indicare l’arte del discorso persuasivo in generale (e, quindi, a sua volta si dividerà in retorica e dialettica, dove sarà la dialettica a occuparsi del discorso argomentativo), ma lo studio del ragionamento corretto, compiuto in modo consapevole, ampio ed approfondito, è aristotelico e costituisce, sotto stimolo della presenza sofista in Atene che attuava una pratica continua della confutazione più o meno corretta, il punto di confluenza e di rielaborazione a livello più alto ed originale, di vari contributi sparsi alla logica, che erano già comparsi a vario titolo in autori precedenti. La dimostrazione per assurdo dell’incommensurabilità della diagonale e del lato unitario del quadrato dei Pitagorici, la progressiva strutturazione della geometria che culminò successivamente nell’opera di Euclide, la problematicità del verbo essere messa a fuoco da Parmenide, sono i più eclatanti temi che trovano un ripensamento nella logica di Aristotele. Vediamoli brevemente uno a uno.

1. La scoperta dell’incommensurabilità della diagonale del quadrato di lato unitario (ossia, detto in termini moderni, la scoperta del fatto che il rapporto tra la diagonale e il lato di un quadrato di misura 1 non sia esprimibile come frazione) è famosa per aver messo in crisi la

scuola pitagorica che interpretava la realtà come dotata di un'armonia esprimibile in termini di proporzioni, cioè di rapporti tra numeri naturali. L'interesse di questa dimostrazione nel nostro specifico contesto consiste nel fatto che si tratta di un procedimento per assurdo, cioè: per provare una tesi  $A$ , la si nega (cioè si afferma "non  $A$ ") e si fa vedere che da tale negazione segue una contraddizione. È chiaro che dal fatto che "non  $A$ " conduca a contraddizione si conclude  $A$  perché si sottintende che esistano solo due possibilità: o  $A$  o non  $A$ . Questo 'sottinteso' è una forma molto generale del cosiddetto principio del terzo escluso, che non è esplicitato, però "aleggia", presupposto, nel mondo culturale greco. Seguiamo la dimostrazione (anche se espressa, nei dettagli, in chiave moderna – i greci non conoscevano le frazioni come le conosciamo noi: non le concepivano come 'numeri' che potevano essere sommati, moltiplicati, ecc. ma parlavano, appunto, solo di 'rapporti' fra numeri naturali<sup>1</sup>).



**Figura 1.**

Siano  $d$  e  $l$  rispettivamente la diagonale e il lato di un quadrato: per il teorema di Pitagora, abbiamo  $d = l + l$ , cioè  $d = 2l$ , da cui ricaviamo  $(d/l) = 2$ . Ammettiamo ora che  $d$  e  $l$  siano commensurabili ossia che il rapporto  $d/l$  sia razionale (cioè affermiamo la tesi "non  $A$ ") e riduciamo la frazione ai minimi termini, ottenendo  $p/q$  dove  $p$  e  $q$  sono numeri interi senza fattori comuni. Abbiamo  $(d/l) = (p/q) = p/q = 2$ , da cui ricaviamo  $p = 2q$ . Di conseguenza  $p$  ed anche  $q$  devono essere pari. Ma se  $p$  e  $q$ , come abbiamo detto, non possono avere

1. Del resto, noi parliamo di numeri 'razionali', dal latino 'ratio' che vuole proprio dire 'rapporto'.

fattori comuni allora  $q$  deve essere dispari. Proviamo ora a sostituire a  $p$ , che abbiamo provato essere pari,  $2r$  e operiamo la sostituzione nell'equazione  $p = 2q$ . Otteniamo  $4r = 2q$  cioè  $q = 2r$ . Ne concludiamo che anche  $q$  dev'essere pari, contrariamente a quanto avevamo stabilito in precedenza. Ma un numero non può essere contemporaneamente pari e dispari (questa è la contraddizione derivata dalla tesi 'non A') e quindi la nostra ipotesi 'non A' che  $d$  e  $l$  fossero commensurabili è falsa.

2. L'assiomatica euclidea rappresenta l'organizzazione che il matematico Euclide (Gela; 323 a.C. — 285 a.C.) diede, nell'opera *Elementi*, alle conoscenze geometriche accumulate fino alla sua epoca. Euclide partì da ventitré definizioni (di punto, retta, superficie, angoli vari, figure e parallele), cinque postulati e cinque assiomi, ovvero dieci "verità" che riguardano rispettivamente la geometria e la realtà tutta. I cinque postulati, infatti, affermano che per due punti passa una sola retta; che i segmenti sono prolungabili indefinitamente; che, dato un punto e una distanza, è possibile tracciare un cerchio; che tutti gli angoli retti sono uguali; che esiste sempre, dato un punto, la parallela ad una retta data, passante per quel punto. I cinque assiomi affermano la transitività dell'uguaglianza; il fatto che, se a cose uguali, si aggiungono (o si sottraggono) cose uguali, si ottengono due somme (o due differenze) uguali; la sovrapposibilità di cose uguali; il fatto che il tutto sia maggiore della parte. A partire da assiomi e postulati, si deducevano varie proprietà di angoli e figure, con l'aiuto di illustrazioni, eseguite con riga (non graduata)<sup>2</sup> e compasso. Le regole logiche che guidavano tali dimostrazioni non erano esplicitate: erano sottintese.

3. Parmenide ha presentato una inconciliabilità netta fra essere e non essere: se 'non-essere' è tutto ciò che non è "essere", allora, evidentemente, non è. Alla base di questo pensiero sta l'idea dell'univocità-assolutezza dell'essere, cioè la tesi secondo cui esiste un solo tipo di essere in senso assoluto, che si oppone al non-essere in senso assoluto. Sentiamo le parole tratte dai frammenti del suo poema:

È necessario il dire e il pensare che l'essere sia: infatti l'essere è,  
il nulla non è: queste cose ti esorto a considerare.

2. Serve solo a tracciare le rette, non a riportare le distanze.

Ne segue che l'essere è ingenerato, imperituro, immobile, indivisibile, continuo e sferico:

Resta solo un discorso della via che "è". Su questa via ci sono segni indicatori  
[assai numerosi: l'essere è ingenerato e imperituro, infatti è un intero  
[nel suo insieme, immobile e senza fine.

Né una volta era, né sarà, perché è ora insieme tutto quanto,  
uno, continuo. Quale origine, infatti, cercherai di esso?

Come e da dove sarebbe cresciuto? Dal non-essere non ti concedo  
né di dirlo né di pensarlo, perché non è possibile né dire né pensare  
che non è. Quale necessità lo avrebbe mai costretto  
a nascere, dopo o prima, se derivasse dal nulla?

Perciò è necessario che sia per intero, o che non sia per nulla. [...]

E come l'essere potrebbe esistere nel futuro? E come potrebbe essere nato?

Infatti, se nacque, non è; e neppure esso è, se mai dovrà essere in futuro.

Così la nascita si spegne e la morte rimane ignorata.

E neppure è divisibile, perché tutto intero è uguale;

né c'è da qualche parte un di più che possa impedirgli di essere unito,  
né c'è un di meno, ma tutto intero è pieno di essere.

Perciò è tutto intero continuo: l'essere, infatti, si stringe con l'essere.

Ma immobile, nei limiti di grandi legami

è senza un principio e senza una fine, poiché nascita e morte  
sono state cacciate lontane e le respinse una vera certezza.

rimanendo identico e nell'identico, in sé medesimo giace,

e in questo modo rimane là saldo. Infatti, Necessità inflessibile

lo tiene nei legami del limite, che lo rinserra tutt'intorno,

poiché è stabilito che l'essere non sia senza compimento:

infatti non manca di nulla; se, invece, lo fosse, mancherebbe di tutto. [...]

Per esso saranno nomi tutte

quelle cose che hanno stabilito i mortali, convinti che fossero vere:

nascere e perire, essere e non-essere,

cambiare luogo e mutare luminoso colore.

Inoltre, poiché c'è un limite estremo, esso è compiuto

da ogni parte, simile a massa di ben rotonda sfera,

a partire dal centro uguale in ogni parte: infatti, né in qualche modo più

[grande

né in qualche modo più piccolo è necessario che sia, da una parte o

[da un'altra.

Né, infatti, c'è un non-essere che gli possa impedire di giungere

all'uguale, né è possibile che l'essere sia dell'essere

più da una parte e meno dall'altra, perché è un tutto inviolabile.

Infatti, uguale da ogni parte, in modo uguale sta nei suoi confini.<sup>3</sup>

3. F. PALCHETTI (c/di) *Dentro la filosofia* vol. 1, Zanichelli, Bologna 1997, pp. 90-91.