

Atti della Giornata di studi in Astronomia: storia e cultura

A cura di
Ennio Badolati



Copyright © MMVIII
ARACNE editrice S.r.l.

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

via Raffaele Garofalo, 133 A/B
00173 Roma
(06) 93781065

ISBN 978-88-548-1828-6

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: giugno 2008

Indice

1. Ennio Badolati
Alcuni Anagrammi Astronomici pag. 7
2. Teresa Boccia
*Alcune Formule per la Rettificazione
Approssimata dell'Ellisse* pag. 17
3. Sandra Ciccone, Fernando Conte, Pasquale
Lavorgna
Introduzione all'Equazione di Keplero pag. 29
4. Sandra Ciccone
Le Funzioni di Bessel in Meccanica Celeste pag. 35
5. Fernando Conte
Aspetti Geometrici dell'Equazione di Keplero pag. 47
6. Donato Di Iorio
Una Introduzione alla Trigonometria Sferica pag. 55
7. Pasquale Lavorgna
Sopra una formula di Cagnoli pag. 63
8. Marina Morici
Il moto iperbolico pag. 75

ALCUNI ANAGRAMMI ASTRONOMICI

Ennio Badolati (badolati@unimol.it)
Università del Molise

1) Introduzione

L'enigmistica, si sa, ha origini lontane e nobili, per cui non deve meravigliare la circostanza che, nel XVII secolo, artifici di tal genere ebbero una certa importanza nella vita scientifica del tempo. Questa tematica può sembrare una curiosità, ma – fermo restando che le notizie curiose sono un notevole ausilio per la divulgazione e per la didattica - pure va osservato che qui si tratta di più, in quanto il tutto rientra nell'aneddotica, strumento di storia e di conoscenza, come ha osservato Benedetto Croce con le parole: “*L'aneddotica ... ha la sua estrinseca e buona ragione, e gli amori con lei non sono punto amori illeciti.*”

Bibliografia

- Croce B., *La storia come pensiero e come azione.* (cap. 2, *La certezza e la verità storica.*) Bari, 1938
Badolati E., *Alcuni aneddoti astronomici.* Univ. del Molise. Collana SEGES, n 24 Campobasso, 2000
Badolati E., *Nuovi aneddoti della scienza.* Aracne, Roma 2006

2) Un pianeta “altissimo”.

*O voi ch'avete li 'ntelletti sani
mirate la dottrina che s'asconde
sotto 'l velame de li versi strani.*

Dante

L'epistolario fra Galileo e Keplero testimonia uno strano rapporto, dovuto essenzialmente al brutto carattere dello studioso pisano, ma comunque in esso si possono rinvenire i due primi anagrammi della nostra storia. Infatti, nel 1610, Galileo, volendo comunicare al suo amico una novità nell'osservazione di Saturno, gli mandò il risultato nella forma seguente :

SMAIS MRM IL ME POETA LEV MIBUNEN UGTTA VIRAS

che bisogna definire come del tutto incomprensibile. Eppure Keplero si misurò con l'enigma e ne tirò fuori :

SALVE UMBISTINEUM GEMINATUM MARTIA PROLES

peraltro da stimare come poco chiaro. E questo perché *umbistineum* non esiste ed, al più, potrebbe riguardarsi come una derivazione del termine *umbus* (scudo o gomito), per cui la lettura sarebbe :

Salve o () gemello, figli di Marte

con l'avviso di mettere nella parentesi una parola a piacere e con l'intesa di sorvolare sulla forma.

E' chiaro che Keplero doveva tirar fuori qualcosa dal garbuglio galileiano, per cui, a nostro modo di vedere, avrebbe potuto tirar fuori anche la nota della lavandaia; però nella soluzione kepleriana appare chiaro un cenno a due gemelli, figli di Marte, cosa che potrebbe accennare, o meglio strizzare l'occhio, all'attuale situazione che vede due satelliti ruotare attorno al rosso pianeta.

E qui bisogna aggiungere che, per curioso gioco del destino, Swift aveva riportato – nei *Gulliver's travels* – che gli scienziati di Laputa avevano osservato i due satelliti di Marte. Satelliti che, però, furono scoperti nel 1877 da Asaph Hall, mentre Swift scriveva nel 1726. Ed allora? Ed allora va detto che, al tempo di Swift, erano noti, come satelliti, uno per la Terra, quattro per Giove e cinque per Saturno, di

modo che non era difficile attribuirne due o tre a Marte. Il problema era, semmai, di attribuire satelliti al pianeta rosso, ma gli scrittori che pescano nel fantastico sono naturalmente portati a creare fatti nuovi e sensazionali, associando doverosamente agli scrittori anche gli astronomi che, dalla fine del '600 a tutto il '700, s'illusero di aver osservato un satellite di Venere. Perciò quella di Swift è stata solo una fortunata previsione e questo chiude la discussione su preveggenze e profezie, argomenti più da fiere di paese che da studi scientifici.

Tornando al nostro enigma, viene riportato che, il 13 novembre dello stesso anno, Galileo sciolse il mistero, sembra perché l'imperatore Rodolfo avesse manifestato curiosità sul tema, affermando che l'anagramma andava letto alla seguente maniera:

ALTISSIMUM PLANETAM TERGEMINUM OBSERVAVI

da tradurre come "*Ho osservato il pianeta più lontano formato da tre parti*", con l'intesa di tenere altus come lontano e non come sinonimo di elevata statura. Il pianeta lontanissimo, poi, non poteva che essere Saturno, fin dall'antichità confine del sistema planetario.

Ma questo, che forse era iniziato solo come uno scherzo, divenne presto un qualcosa di oscuro, perché di questo strano terzetto non si riusciva a capire l'essenza. Era nato, cioè, il problema di Saturno.

Bibliografia

- Alexander A.F.o'D, *The planet Saturn*, 1959, rist. Dover, New York, 1980
 Hunt G. E. - Moore P., *The planet Venus*, Faber and Faber, London, 1982
 Koestler A., *The Sleepwalkers*, 1959, trad. it. I sonnambuli, Jaka books, Milano, 1991
 Caspar M. *Kepler*, 1959, rist. Dover, New York, 1993

3) Imitazioni e soluzioni

L'anello di Gige
mito ellenico

Dopo qualche stravagante ipotesi, alla fine la soluzione non tardò a venire e Christiaan Huygens, con un telescopio particolarmente potente, riuscì a discernere che il pianeta era cinto da un anello. Ma l'esempio di Galileo lo spinse ad enunciare la scoperta sotto forma di anagramma, ovvero :

AAAAAAA CCCCC D EEEEE G H IIIII LLL MM
NNNNNNNNN PP Q RR S TTTTT UUUUU

nell'opuscolo *De Saturni luna observatio nova*. (1656). Poi, seguendo anche in questo l'esempio di Galileo, si decise a sciogliere il mistero e, nel suo celebre volume *Systema Saturnium* (1659), pubblicò il testo dell'anagramma:

ANULO CINGITUR TENUE PLANO NUSQUAM
COHARENTE AD ECLIPTICAM INCLINATO

vale a dire: (Saturno) è *circondato da un anello, sottile e piatto, che non tocca mai il (pianeta) ed inclinato sull'eclittica*. Rimaneva oscuro, tuttavia, la natura di quest'anello, né fu di giovamento il notare che, alle osservazioni, risultasse trasparente (o semitrasparente) e solo nel 1857 il fisico James Clerk Maxwell riuscì a dimostrare che l'anello di Saturno era formato da una miriade di corpuscoli. Ma questa è un'altra storia.

Un altro anagramma fu proposto da Huygens in occasione della scoperta di Titano, ma prima dobbiamo rammentare che l'astronomo olandese aveva inciso sul suo telescopio il motto

ADMOVERE OCULIS DISTANTIA SIDEREA NOSTRIS

da tradurre come: *Avvicinare ai nostri occhi gli astri lontani*.

Rinviando all'articolo di Louwman per maggiori ragguagli, ricordiamo che Huygens fece la sua scoperta nel 1655 (Titano fu il primo ad essere rilevato; Japeto, Rhea, Dione e Tethys verranno scoperti poco dopo da Giandomenico Cassini) per poi darne comunicazione a Wallis (in una lettera del 13 giugno 1655) sotto

forma di anagramma, anagramma che bisogna riconoscere come molto ingegnoso, perché la sua formulazione era:

ADMOVERE OCULIS DISTANTIA SIDEREA NOSTRIS
VVVVVVV CCC RR H N B Q X

Naturalmente nessuno riuscì a sciogliere l' enigma, ma l' autore riscrisse a Wallis il 15 marzo 1656, comunicando la soluzione:

SATURNO LUNA SUA CIRCUNDUCITUR DIEBUS SEXDECIM
HORIS QUATUOR

che si può rendere in italiano, con libera traduzione, alla seguente maniera: *Il (suo) satellite gira attorno a Saturno in sedici giorni e quattro ore.*

Bibliografia

Andriessse C.D., *Titan* , Universiteit Utrecht, Utrecht, 2003

Alexander *loc. cit.*

Louwman P., *Christiaan Huygens and his telescope*, Proceedings Int. Conference: Titan, from discovery to encounter, ESA, Noordwijk, 2004

4) Un'ipotesi balzana

Uova fatali.
racconto di M. Bulgakov

Tra le ipotesi sull'anello (dette *curious theories* da Alexander nel suo famoso libro sul pianeta Saturno) vale la pena di esaminare quella di Hodierna, peraltro più bislacca che curiosa.

Giovan Battista Dierna (che modificò il cognome in Hodierna aggiungendo ho – da *hodie* – al cognome) nacque a Ragusa nel 1597 e morì nel 1660 a Palma di Montechiaro, dove fu per lungo tempo arciprete. Interessato al problema di Saturno, pubblicò l'opuscolo *Protei coelestis vertigines, seu Saturni sistema* (Palermo 1657) ove

veniva presentata una sua soluzione. Si trattava, in sostanza, di raffigurare Saturno come un (gigantesco) uovo – o come un’oliva -, sulla cui superficie dovevano trovarsi due gigantesche macchie nere, forse oceani in tempesta, le quali, a motivo della rotazione del pianeta attorno al suo asse, formavano la triade. Suggestiva, l’ipotesi non fu presa seriamente da Huygens (Alexander p. 94) il quale, più col buonsenso che con la scienza, fece notare che, disegnando su di un uovo due macchie nere e poi facendolo ruotare, non succedeva nulla di significativo. In realtà il vero problema era di capire se quell’immenso uovo fosse ancora fresco (dato il gelo della zona) o *à la coque* (a motivo dei raggi solari). D’altra parte bisogna ammettere che le figure ovoidali sono sempre risultate suggestive per gli astronomi, come testimoniato da Gian Domenico Cassini, il quale avanzò l’ipotesi che l’orbita terrestre avesse forma ovale (da cui gli ovali di Cassini). Inoltre va ricordato Hansen, il quale andò a pensare che la Luna fosse anche lei una sorta di uovo, con l’acme nella faccia invisibile (Sheehan p. 145).

A dire il vero, verrebbe spontaneo di collegare queste gastronomiche visioni con gli stipendi – assai magri – degli astronomi, col risultato di proiettare in cielo l’idea di pranzi, sia pur composti da modeste frittate. In altri termini, modificando un verso di Dante, si potrebbe dire :

... *più che il rigor, poté il digiuno.*

Bibliografia

Andriese *loc. cit.*

Alexander *loc. cit.*

Sheehan W.P. – Dobbins T.A, *Epic moon*, Willmann-Bell, Richmond, 2004

Sul sito http://www.filosofia.it/pagine/pdf/06_11_disputa_Saturno_Anzini.pdf si trova l’articolo di G. Anzini *La forma del pianeta Saturno* sul quale, oltre a notizie su Hodierna, si trova un’ampia bibliografia sul problema di Saturno.

5) La Madre degli amori

sic in amore Venus simulacris ludit amantis
da Lucrezio

Pochi mesi dopo il primo enigma, e cioè nel dicembre 1610, Galileo fece recapitare a Keplero un altro anagramma, ovvero :

HAEC IMMATURA A ME JAM FRUSTRATA LEGUNTUR O Y

da fissare come: *Queste cose premature ora da me vengono lette, senza ragione, (come) o y.*

E questo con l' intesa di attribuire a *lego* il significato di "raccogliere con la vista", chè altrimenti si potrebbe intendere "raccolte" o "scelte", fermo rimanendo – tuttavia – che cercare di dare senso a frasi del genere forma materia oziosa.

Con una pazienza ammirevole, e forse sorvolando sull'esperienza precedente, Keplero si mise all'opera e tirò fuori la soluzione che ora, non senza qualche esitazione, daremo (Koestler p. 370) :

MACULA RUFA IN JOVE EST GYRATUR MATHEM ECC

Anche in questo caso il senso generale rimane vago , per non dire astruso: tuttavia, con un pò di buona volontà, si potrebbe leggere: *Una macchia rossa si trova su Giove, (che) viene girata matem(aticamente) e così via.* E questo sorvolando sulla circostanza che macchia rossa andrebbe indicata come *macula rubra*, essendo *rufus* impiegato, per lo più, nel significato di rossiccio, con particolare riferimento ai capelli. Comunque nell'interpretazione di Keplero si vede, con singolare chiarezza, un accenno alla grande macchia rossa di Giove, che , però, venne scoperta da Giandomenico Cassini (e da Hooke) solo nel 1665. Un' altra predizione? Come già detto Keplero, pur di dare una spiegazione, avrebbe tratto dalla frase di Galileo anche la rivoluzione francese e poi, in un' anagramma così lungo, non era difficile trovare le parole *macula rufa*.

In ogni caso, nel gennaio 1611, lo studioso pisano sciolse il mistero e la frase risultante fu :

CYNTHIAE FIGURAS AEMULATUR MATER AMORUM

da rendere, nella nostra lingua, come : *La madre degli amori imita le configurazioni di Cinzia* stando Madre degli amori per Venere e Cinzia per la Luna. In questo modo Galileo comunicava di aver scoperto le fasi di Venere, argomento stimato come sostegno fondamentale per l'ipotesi eliocentrica (anche se le fasi venusiane sono compatibili con il sistema ticonico).

La scoperta si diffuse negli ambienti culturali del tempo e ci sembra opportuno ricordare che su Milton (*Paradise lost*, VII, 366) si può leggere il verso :

and hence the morning placet gilds her horns

che abitualmente viene tradotto:

l' astro del mattino tinge d' oro i suoi corni

mentre noi avremmo scritto.

l' astro mattutino indora le sue punte di falce

In effetti Milton fu in Italia, dove ebbe modo di conoscere Galileo e, su tale argomento, vale la pena di ricordare una dotta ricerca del filologo americano Albert Stanburrough Cook (1853 – 1927) dal titolo *Paradise lost 364 – 366* (Modern language notes, XVI, 1901, n.7, p.404 – 410).

Il termine *horn*, letteralmente corno, farebbe pensare, con untuosa malizia, a quei simboli che comunemente stanno ad indicare le disavventure coniugali e, per la verità, dalla mitologia si sa che Venere non ebbe ritegno nel tradire lo sposo Vulcano, che peraltro non brillava per fascino, con il più prestante Marte. Che si tratti, quindi, di un' altra preveggenza ? Vale a dire che Milton, nel verso citato, avrebbe pronosticato l' *affaire* Vulcano, ovvero la sfortunata ricerca di un pianeta, fra Mercurio ed il Sole, ricerca che, avviata da Leverrier, non ebbe alcun risultato.

In realtà la nostra opinione sulle profezie rimane ben salda e questo scherzo, ottimo per il periodo di carnevale, mostra solo come sia facile pervenire a false visioni del futuro.

*Bibliografia*Koestler *loc. cit.***6) Un' equazione misteriosa**

cosa mai dicesti ?
da Archiloco

Daniel Bernoulli (1700-1782) fu matematico, fisico ed astronomo di gran valore, principalmente studioso di equazioni differenziali e d' idraulica. Uno dei risultati più notevoli si riferisce all' equazione differenziale

$$(1) \quad bu' = u^2 + ax^2 \quad (u = u(x), u(x_0) = u_0)$$

che era stata già studiata dal padre Johann Bernoulli, ma senza successo, e dal matematico italiano Jacopo Riccati (1676-1754), dal quale il nome. A questo punto, in un articolo del 1724 pubblicato sugli *Acta Eruditorum*, Daniel Bernoulli, che nel frattempo aveva trovato la maniera di risolvere, in termini finiti, la (1) scrisse, pensando bene di emulare Galileo e Huygens, il seguente oscuro messaggio :

Solutio problematis ab Ill. Riccato proposito characteribus occultis involuta:

24a , 6b , 6c , 8d , 33e , 5f , 2g , 4h , 33i , 6l , 21m , 26n , 16o , 8p , 5q , 17r , 16s , 25t , 32u , 5x , 3y + , - , _____ , ± , = , 4 , 2 , 1 .

Un anno dopo questa formulazione, Daniel Bernoulli rese noti i casi d'integrabilità della (1) nel volume *Exercitationes quaedam mathematicae* (Venezia, 1724), ma l' anagramma rimase irrisolto, come riferito dal Watson con le parole : *The anagram appears never to have been solved* (Watson p. 2). Perciò, per conoscere in dettaglio questi metodi risolutivi, non possiamo fare altro di meglio che rinviare al trattato del Watson (p. 85) o a quello del Davis (p. 65), mentre, per la soluzione dell' anagramma è d' obbligo rivolgersi alla buona volontà di chi legge. Ma sempre sperando che non abbia volontà di tirar fuori qualche stravagante interpretazione!

Bibliografia

Davis H. T., *Nonlinear differential and integral equations*, Dover, New York, 1962

Watson G. N., *Bessel functions*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, II ed, rist. 1966

ALCUNE FORMULE PER LA RETTIFICAZIONE APPROSSIMATA DELL'ELLISSE

Teresa Boccia (boccia@unimol.it)
Università del Molise

Sunto: Si propongono alcune formule atte a calcolare, con buona approssimazione, la lunghezza dell'ellisse.

1. Introduzione

Ricordiamo che un'ellisse di centro l'origine ed assi coincidenti con gli assi cartesiani ha equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

con a, b semiassi ($a > b$)¹.

La distanza focale, ovvero la distanza di uno dei fuochi dal centro è $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ mentre l'eccentricità ε è data da $\frac{c}{a}$, cioè $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$.

Tanto premesso, la lunghezza dell'ellisse si può determinare passando a coordinate polari così da ottenere le equazioni parametriche della curva:

$$\begin{aligned}x &= a \cos \varphi \\y &= b \sin \varphi\end{aligned}$$

con $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Ne segue che, per la lunghezza s di un certo arco di ellisse, risulterà

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = a \sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2 \varphi} d\varphi$$

¹ L'ipotesi non è essenziale, potendosi scambiare il ruolo degli assi.

ovvero, essendo $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \varepsilon$,

$$ds = a \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

In definitiva, l'arco di curva s compreso tra uno degli estremi del diametro maggiore, di parametro $\varphi = 0$, ed un generico punto, di parametro φ , avrà lunghezza espressa dalla formula:

$$(1) \quad s = a \int_0^\varphi \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \alpha} d\alpha$$

cioè:

$$s = a E(\varphi, \varepsilon).$$

Possiamo interpretare tale risultato dicendo che la funzione $E(\varphi, \varepsilon)$ rappresenta la lunghezza degli archi (aventi origine in uno degli estremi del diametro maggiore) di una ellisse di semiasse maggiore a uguale ad 1 ed eccentricità ε .

L'integrale $E(\varphi, \varepsilon)$ prende il nome di *integrale di Legendre di II specie*.

2. Posizione del problema

Essendo l'ellisse simmetrica rispetto all'origine, ci si può limitare a valutare l'integrale nella (1) tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ così da ottenere la lunghezza di un quarto di ellisse. La lunghezza P di un'intera ellisse di semiasse maggiore a ed eccentricità ε sarà naturalmente data dalla formula:

$$(2) \quad P = 4a E(\varepsilon)$$

essendo $E(\varepsilon)$ l'integrale, detto *completo*, corrispondente a $\varphi = \frac{\pi}{2}$,