

Αοι



Vai al contenuto multimediale

Antonio Caserio

5 × 3

Argomenti e curiosità matematiche





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

Copyright © MMXVIII
Gioacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-1458-2

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: novembre 2018

A Pasquale

Questa, dunque, è la matematica: essa ti rammenta la forma invisibile dell'anima; essa dà vita alle sue stesse scoperte; essa risveglia la mente e purifica l'intelletto; essa porta luce alle nostre idee innate; essa annulla l'oblio e l'ignoranza che sono in noi fin dalla nascita.

PROCLO
(410–485, matematico alessandrino)

Indice

- 13 *Legenda dei simboli*
- 15 *Premessa*
- 17 **Capitolo I**
Triangoli eroniani
1.1. Premessa, 17 – 1.2. Definizioni e procedimento, 17 – 1.3. Formule eroniane, 21 – 1.4. Triangoli eroniani di dato perimetro, 23.
- 25 **Capitolo II**
Estrazione di radice col metodo babilonese
2.1. Cenni storici, 25 – 2.2. Algoritmo babilonese, 26 – 2.3. Estensione del metodo, 28.
- 31 **Capitolo III**
Le frazioni degli Egizi
3.1. Cenni storici, 31 – 3.2. Algoritmo di Fibonacci, 33 – 3.3. Altri algoritmi, 38 – 3.4. Qualche approfondimento e curiosità, 40 – 3.5. Un nuovo metodo per gli sviluppi egizi, 44.
- 47 **Capitolo IV**
N–ple pitagoriche
4.1. Premessa, 47 – 4.2. Definizioni, 47 – 4.3. Risoluzione dell'equazione pitagorica generalizzata, 49 – 4.4. Alcune proprietà dei parametri λ_i , 52 – 4.5. Terne Pitagoriche, 53 – 4.6. Quaterne pitagoriche, 54 – 4.7. Considerazioni sui parametri λ_i e notizie storiche, 56.
- 59 **Capitolo V**
Numeri primi, calcolatori e poligoni regolari
5.1. Introduzione, 59 – 5.2. I numeri primi, 59 – 5.3. Alcune curiosità sui numeri primi, 63 – 5.4. I numeri primi di Fermat e i poligoni regolari, 64 – 5.5. Il teorema di Gauss dei numeri primi, 67 – 5.6. Numeri perfetti e numeri primi, 69 – 5.7. A caccia di numeri primi di Mersenne, 72 – 5.8. Dall'astratto al concreto, 75.

77 Capitolo VI

Il problema del dottore di Fisica

6.1. I giochi, 77 – 6.2. Il problema, 78 – 6.3. Prima soluzione, 79 – 6.4. Generalizzazione del metodo delle tangenti successive, 83 – 6.5. Seconda soluzione, 84 – 6.6. Considerazioni didattiche, 86.

89 Capitolo VII

Un patriota molisano e la trisezione dell'angolo

7.1. Introduzione, 89 – 7.2. Cenni biografici, 89 – 7.3. La costruzione di Vincelli, 90 – 7.4. L'errore e la sua valutazione, 92 – 7.5. Cenni storici sulla trisezione dell'angolo, 95 – 7.6. Una trisezione riferita da Pappo, 96.

101 Capitolo VIII

Un patriota molisano e la trisezione dell'angolo

8.1. Le costruzioni eseguibili con riga e compasso, 101 – 8.2. L'impossibilità della duplicazione del cubo con riga e compasso, 108 – 8.3. L'impossibilità della trisezione di un angolo con riga e compasso, 109 – 8.4. Il tomahawk trisetto, 112 – 8.5. Qualche curiosità, 113.

115 Capitolo IX

Il numero 7 e i criteri di divisibilità

9.1. Premessa, 115 – 9.2. Criterio canonico di divisibilità per 7, 116 – 9.3. I criteri di divisibilità, 118 – 9.4. Altri criteri di divisibilità per 7, 119.

123 Capitolo X

Il bagnino e il principio del tempo minimo

10.1. I problemi, 123 – 10.2. Il problema del bagnino, 123 – 10.3. Il principio del tempo minimo, 129.

131 Capitolo XI

Un lavoro d'esame di Giulio Pittarelli

11.1. Un po' di storia, 131 – 11.2. Lavoro d'esame dell'estate 1884, 133 – 11.3. Risoluzione con riga e compasso, 135 – 11.4. Risoluzione algebrica, 137 – 11.5. Cenni biografici, 140.

143 Capitolo XII

Equazione pitagorica e poligoni pitagorici

12.1. Equazione pitagorica a n -incognite, 143 – 12.2. Poligoni pitagorici, 144 – 12.3. Poligoni pitagorici in senso largo, 145 – 12.4. Alcuni appro-

- fondimenti, 146 – 12.5. Qualche esempio numerico, 153 – 12.6. Un po' di storia, 154.
- 157 **Capitolo XIII**
Lo straordinario numero π
- 13.1. Le frazioni di π nei Babilonesi e negli Egizi, 157 – 13.2. Le lunule di Ippocrate, 159 – 13.3. La misura del cerchio di Archimede, 161 – 13.4. La civiltà cinese e π , 166 – 13.5. La civiltà indiana e π , 169 – 13.6. Che numero è π ?, 171 – 13.7. π nel nostro tempo, 183.
- 187 **Capitolo XIV**
Un Presidente matematico
- 14.1. Cenni storici, 187 – 14.2. Dimostrazione di Garfield del teorema di Pitagora, 188.
- 191 **Capitolo XV**
Cambio diretto di base numerica
- 15.1. Premessa, 191 – 15.2. Trasformazione da n_b a n_B , 191 – 15.3. Trasformazione da n_B a n_b , 193 – 15.4. Casi particolari, 194 – 15.5. Alcune considerazioni, 195.
- 197 *Appendice A*
- 201 *Appendice B*
- 203 *Appendice C*
- 205 *Appendice D*
- 207 *Appendice E*
- 209 *Appendice F*
- 213 *Appendice G*
- 219 *Appendice H*
- 223 *Bibliografia*
- 229 *Indice dei nomi*

Legenda dei simboli

\in	appartenenza a un insieme
N	insieme dei numeri naturali
N_0	insieme dei numeri naturali escluso zero
Z	insieme dei numeri interi relativi
Q	insieme dei numeri razionali
R	insieme dei numeri reali
\cup	unione di insiemi
\setminus	differenza di insiemi
\subset	sottoinsieme proprio
\approx	uguaglianza numerica approssimata
$>$	maggiore
$<$	minore
\geq	maggiore o uguale
\leq	minore o uguale
\perp	perpendicolarità tra rette o segmenti
$//$	parallelismo tra rette o segmenti
\ln	logaritmo naturale
∞	infinito
$!$	fattoriale
\sum	sommatoria di termini
\prod	prodotto di termini
$\int_a^b f(x) dx$	integrale definito di una funzione $f(x)$
$\binom{n}{k}$	numero delle combinazioni di classe k di n oggetti
	$\left(= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} \right)$

Premessa

I capitoli di questo libro derivano per la maggior parte da una serie di articoli pubblicati su riviste di didattica e informatica nelle scuole secondarie, tra la fine degli anni novanta e gli inizi del duemila.

Essi si riferiscono a curiosità matematiche proposte a giovani studenti al fine di suscitare in essi la passione per la matematica, non solo materia dagli usuali contenuti dei programmi, ma anche scienza aperta alle più stimolanti sfide per i tanti problemi irrisolti, le numerose congetture ancora da dimostrare sulla scia delle intuizioni e del lavoro di personaggi straordinari, talvolta appartenenti alla propria regione.

I capitoli, non essendo propedeutici, si possono leggere secondo i propri interessi.

Gli argomenti proposti si prestano a vari livelli di studio senza escludere la possibilità di fare matematica con i ragazzi iniziando da semplici enigmi, con i concetti acquisiti a scuola.

Le riviste contenenti gli articoli erano riposte e abbandonate da anni negli scaffali di una vecchia libreria in cantina. È stato il dott. Gianni Vitullo, amico e profondo cultore di matematica e fisica, che qui ringrazio, a ricordarmi che essi contenevano qualcosa di buono e di originale. Da qui, l'idea di ricavarne, con alcuni aggiornamenti e qualche capitolo nuovo, un libro.

In esso sono presenti alcuni sviluppi fecondi di semplici curiosità, i dovuti riferimenti storici, nonché gli accenni alle questioni ancora aperte. Non manca, infine, qualche aneddoto per rendere più piacevole la lettura.

Triangoli eroniani

1.1. Premessa

Assegnando problemi di geometria per il calcolo dell'area di un triangolo con la formula di Erone¹

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(p semiperimetro, a , b , c lunghezze dei lati) ho trovato sui testi alcune terne numeriche, a esempio (13, 14, 15), (13, 10, 21) per cui la radice quadrata presente nella formula risulta esatta.

Mi sono chiesto se, come per le terne pitagoriche (formule di Pitagora e di Diofanto), esistessero delle formule per ottenere *terne eroniane*. Non trovandole sui testi a mia disposizione, per la marginalità dell'argomento, mi sono proposto di cercarle.

1.2. Definizioni e procedimento

Il ragionamento che conduce alle formule trovate è abbastanza semplice. Ricordato che ogni triangolo è scomposto dall'altezza relativa a un lato in due triangoli rettangoli e osservato che *ogni triangolo rettangolo avente per lati una terna pitagorica è tale che la formula di Erone dà per esso la radice quadrata esatta*, per risolvere la questione basterà considerare due particolari composizioni di triangoli rettangoli *pitagorici*.

1. Matematico greco di Alessandria d'Egitto, vissuto tra il I e il II secolo d. C. Si occupò di meccanica, idraulica e geometria applicata. La sua opera più importante è *Metriká (Teoria della Misura)* in tre libri. In essa, Erone affronta il problema di determinare le aree dei poligoni regolari e irregolari ed espone la celebre formula che esprime l'area di un triangolo in funzione dei lati.

Se T_1, T_2 sono due triangoli rettangoli pitagorici aventi un cateto uguale (Fig. 1.1), il primo triangolo *eroniano* T_e (Fig. 1.1, costruzione per la terna 13, 20, 21) si ottiene dall'unione di T_1 e T_2 per il cateto uguale, riportando i cateti non uguali da parti opposte rispetto al cateto comune.

Chiameremo questa composizione *costruzione di area maggiore* e la indicheremo con il simbolo \cup . Il secondo triangolo T_e^* (Fig. 1.2, costruzione qualsiasi) si ottiene dalla *differenza* fra i due triangoli T_1 e T_2 , riportando, dopo l'unione per il cateto uguale, il minore dei due cateti non uguali dalla stessa parte del cateto maggiore. Questa sarà la *costruzione di area minore* e si indicherà con il simbolo \setminus .

Le due costruzioni sono sempre possibili. Se i due triangoli pitagorici sono uguali, la costruzione *maggiore* dà un triangolo isoscele mentre la *minore* dà un segmento.

Definiamo meglio, ora, alcuni termini già usati e dimostriamo due lemmi la cui utilità sarà presto chiara.

Definizione 1. Chiameremo *Triangolo Eroniano* un triangolo le cui misure a, b, c dei lati e l'area A siano numeri interi positivi.

Definizione 2. Chiameremo *Terna Pitagorica* una terna a, b, c di numeri interi positivi, con $a < c$ e $b < c$, tali che:

$$a^2 + b^2 = c^2. \quad (1.1)$$

Il triangolo rettangolo corrispondente sarà detto *pitagorico*.

Lemma 1. In una terna pitagorica i numeri interi a e b non sono entrambi dispari.

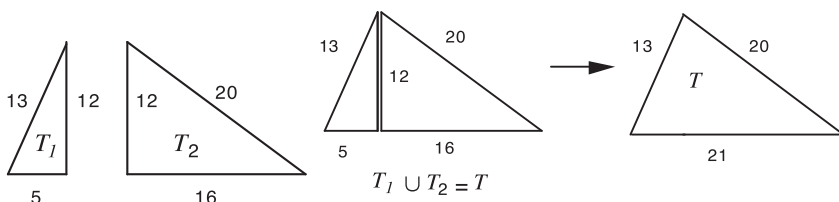


Figura 1.1.